

OLADE
ORGANIZACION LATINOAMERICANA
DE ENERGIA

BID
BANCO INTERAMERICANO
DE DESARROLLO

MANUAL DE REFERENCIA
MODELO SUPER/OLADE-BID
MODULO HIDROLOGICO
(MODHID)

Diciembre 1993

INDICE

	Página
GLOSARIO	
1. OBJETIVO	I-1
2. LA BASE DE DATOS	II-1
3. EL MODELO HIDROLOGICO	III-1
4. ESTIMACION DE LAS MATRICES M_0 y M_1 ..	IV-1
5. RELLENO DE DATOS	V-1
6. MODELO DE SIMULACION	VI-1
7. OBTENCION DE LA INFORMACION REQUERIDA POR EL MODULO TERMICO ..	VII-1
8. OBTENCION DE LA INFORMACION REQUERIDA POR LOS MODULOS DE EXPANSION Y DE PLANEAMIENTO BAJO INCERTIDUMBRE	VIII-1
9. GENERACION SINTETICA DE CAUDALES ..	IX-1
10. CONSIDERACIONES FINALES	X-1

1. OBJETIVO

Este documento presenta las especificaciones funcionales para el módulo hidrológico, las cuales incluyen el objetivo del módulo y su formulación matemática.

El objetivo del módulo hidrológico consiste en suplir la información hidrológica a nivel mensual requerida por los otros módulos del SUPER. Específicamente, el módulo hidrológico suministra la siguiente información:

- a. Suple información al módulo hidrotérmico, durante un período histórico, sobre los caudales vírgenes (descontados los efectos introducidos por la operación del sistema) en los sitios de los diferentes proyectos existentes, en construcción y candidatos a la expansión del sistema. Ello puede requerir completar la información que no se encuentre disponible durante dicho período. Además, suministra la información necesaria para el cálculo de evaporación en los embalses.
- b. El módulo de planeamiento bajo incertidumbre y el módulo de expansión reciben del módulo hidrológico las secuencias hidrológicas requeridas para el cálculo de los costos de operación del sistema.
- c. El módulo hidrológico suministra la información sobre la energía y potencia generables en los proyectos hidroeléctricos, requerida por el modelo WASP, utilizado por el módulo térmico.
- d. Finalmente, el módulo hidrológico tiene la capacidad para generar series sintéticas de caudales en los sitios de los diferentes proyectos, en forma tal que, en un futuro, pueda

incluirse un módulo que permita la simulación probabilística del sistema, en forma desagregada. La generación sintética de caudales que se realiza utiliza el modelo adoptado para el relleno de información.

CAPITULO II

2. LA BASE DE DATOS

La base de datos, tal como se verá más adelante, puede consistir de los caudales vírgenes en las distintas estaciones (ya se ha descontado el efecto de la operación de proyectos localizados aguas arriba de la estación en consideración) o de combinaciones de datos medidos y características de la operación del sistema. Estos datos se encuentran a nivel mensual.

El modelo hidrológico utiliza los caudales propios de cada estación, esto es, la diferencia entre el caudal virgen en la estación en consideración y los caudales de estaciones localizadas inmediatamente aguas arriba.

Por lo tanto, es preciso crear una nueva base de datos con la información requerida por el modelo hidrológico.

Cuando se dispone de la información de caudales vírgenes los caudales propios de cada estación están dados por:

$$Q(i)^* = Q(i) - \sum_{j \in A_i} Q(j) \quad \text{II.1}$$

donde, para un período dado, $Q(i)^*$ son los caudales vírgenes propios de la estación i , $Q(i)$ son los caudales vírgenes de la totalidad de la cuenca y A_i es el conjunto de estaciones localizadas inmediatamente aguas arriba de la estación i .

Cuando no se ha medido el caudal y sólo se conoce la generación del proyecto, se deducen los caudales del sitio a partir del factor de conversión de potencia a caudal correspondiente a la altura media del embalse durante el período en consideración. Este factor está dado por:

$$F(i) = 9.81 \eta \{ H(i) - H_c(i) \} \quad \text{II.2}$$

$F(i)$ = Factor de conversión de potencia a caudal para el proyecto i durante el período en consideración. Se expresa en $\text{kw/m}^3/\text{seg}$.

η = Eficiencia de turbinas y generadores.

$H(i)$ = Cabeza bruta media del proyecto i , correspondiente al mes en consideración, expresada en metros.

$H_c(i)$ = Pérdida de cabeza media en las conducciones, expresada en metros.

El caudal correspondiente a la estación en consideración estará dado por:

$$Q'(i) = \frac{G(i)}{F(i) N_H} + V(i) + U(i) \quad \text{II.3}$$

$Q'(i)$ = Caudales correspondientes al sitio i , durante el período en consideración.

$G(i)$ = Generación (kwh) durante el período, en el sitio i .

N_H = Número de horas durante el mes en consideración.

$V(i)$ = Vertimientos, expresados en m^3/seg , durante el mes considerado.

$U(i)$ = Caudal utilizado para otros usos, expresado en m^3/seg .

Cuando los caudales se encuentran medidos a la salida de las turbinas, el caudal de la estación está dado por:

$$Q'(i) = Q''(i) + V(i) + U(i) \quad \text{II.4}$$

$Q''(i)$ = Caudal medio mensual durante el período en consideración, medido a la salida de las turbinas.

Para hallar el caudal virgen correspondiente a una estación dada se procede como sigue:

$$Q(i) = \frac{E_f(i) - E_i(i)}{3600 N_H} + Q'(i) + UC(i) + E_v(i) \quad \text{II.5}$$

$E_f(i)$ = Embalse al final del período en consideración, expresado en m^3 , para el sitio i . Puede deducirse a partir del nivel del embalse y de la curva que relaciona el nivel con el volumen de embalse.

$E_i(i)$ = Embalse al inicio del período en consideración, expresado en m^3 . Se deduce de igual forma que el embalse final.

$UC(i)$ = Uso consuntivo de agua en la cuenca propia durante el mes en consideración, expresado en m^3/seg .

$E_v(i)$ = Evaporación neta del embalse correspondiente al proyecto i durante el período en consideración, expresada en m^3/seg .

La evaporación neta se calcula en la siguiente forma:

$$E_v(i) = \frac{1000 A(i) e_v(i)}{3600 N_H} \quad \text{II.6}$$

$A(i)$ = Area media del embalse i , expresada en km^2 . Puede obtenerse de las curvas de elevación contra área del embalse.

$e_v(i)$ = Evaporación neta en el embalse, expresada en mm/mes .

Los caudales vírgenes propios de la estación se calculan por medio de la utilización del caudal $Q(i)$, estimado por medio de la ecuación II.5.

CAPITULO III

3. EL MODELO HIDROLOGICO

El modelo hidrológico es una representación matemática de las series de tiempo de caudales en diferentes sitios, la cual preserva los más importantes parámetros temporales y espaciales estimados a partir de los registros históricos. Para efectos del modelo hidrológico se consideran los caudales propios de las estaciones, es decir, el aporte de la cuenca hidrográfica entre el sitio de la estación en consideración y el sitio de las estaciones localizadas inmediatamente aguas arriba.

Una representación probabilística de los caudales y sus dependencias temporales y espaciales puede hacerse por medio de los siguientes parámetros:

- Medias mensuales de los caudales en los sitios de los diferentes proyectos. ($\mu_j(q)$ = Caudal medio mensual en el sitio j, durante el mes j).
- Desviaciones típicas mensuales de los caudales. ($\sigma_j(q)$ = Desviación típica mensual en el sitio j, durante el mes j).
- Correlación entre estaciones en un mismo mes. (M_0 = matriz de correlación de rezago 0).
- Correlación serial de los datos de una misma estación.
- Correlación entre meses sucesivos de diferentes estaciones. (M_1 = matriz de correlación de rezago 1 entre estaciones. Su diagonal corresponde a los coeficientes de correlación serial).

Los parámetros anteriormente mencionados representan adecuadamente las series hidrológicas para el propósito del relleno de la información faltante, con el objeto de crear una base de

información para un período común. Este es el objetivo principal del módulo hidrológico. Sin embargo, no puede establecerse en forma general que todas las series hidrológicas siguen el modelo adoptado. Para concluir acerca de la validez del mismo deben realizarse pruebas de hipótesis a los datos existentes que permitan inferir sobre la bondad del mismo.

Un modelo que preserva los parámetros estadísticos antes mencionados es el modelo de Matalas(1967)¹.

Los caudales son convertidos a datos normales típicos estacionarios por medio de transformaciones apropiadas.

$$y_{kj} = f(q_{kj}) \quad \text{III.1}$$

q_{kj} = Caudales en la estación j, en el período k.

y_{kj} = Caudales transformados de la estación j en el período k, los cuales son normalmente distribuidos.

Los caudales transformados son tipificados (convertidos a variables aleatorias normales, con media cero y desviación típica unitaria) por medio de la transformación:

$$x_{kj} = \frac{y_{kj} - \mu_{[k]j}(y)}{\sigma_{[k]j}(y)} \quad \text{III.2}$$

x_{kj} = Caudales transformados tipificados correspondientes a la estación j, para el período k.

[k] = Mes correspondiente al período k.

¹ Matalas N.C. Mathematical assessment of synthetic hydrology. Water Resources Research. Vol. 3, No. 4, pag. 937-945. Agosto de 1967.

$\mu_{(k),j}(y)$ y $\sigma_{(k),j}(y)$ pueden expresarse como función de la media y desviación típica de los caudales. Por ejemplo, si f es la función logarítmica, $\mu_{(k),j}(y)$ y $\sigma_{(k),j}(y)$ pueden expresarse como:

$$\mu_{(k),j}(q) = \exp\{ \mu_{(k),j}(y) + 1/2 \sigma_{(k),j}(y)^2 \} \quad \text{III.3}$$

$$\sigma_{(k),j}(q)^2 = \exp\{ 2 \mu_{(k),j}(y) + 2 \sigma_{(k),j}(y)^2 \} - \exp\{ 2 \mu_{(k),j}(y) + \sigma_{(k),j}(y)^2 \} \quad \text{III.4}$$

Se define X_K como:

$$X_k = \begin{bmatrix} X_{k,1} \\ X_{k,2} \\ \dots \\ X_{k,n} \end{bmatrix} \quad \text{III.5}$$

donde n es el número de estaciones en consideración.

El modelo de Matalas, anteriormente mencionado, se expresa así:

$$X_{k+1} = AX_k + BE_{k+1} \quad \text{III.6}$$

E_{k+1} = Vector de n elementos independientes con distribución normal típica.

A = Matriz $n \times n$.

B = Matriz $n \times n$.

Es posible preservar las matrices M_0 ($E\{X_k, X_k\}$) y M_1 ($E\{X_{k+1}, X_{k+1}\}$) al hacer la estimación por medio de las siguientes ecuaciones:

$$A = M_1 M_0^{-1} \quad \text{III.7}$$

$$BB^T = M_0 - M_1 A^T \quad \text{III.8}$$

Puede demostrarse que:

$$BB^T = P \Lambda P^T \quad \text{III.9}$$

donde la matriz P está compuesta por los vectores propios de la matriz BB^T y Λ es una matriz diagonal con los valores propios correspondientes. A partir de esta ecuación puede expresarse B como:

$$B = P \Lambda^{1/2} \quad \text{III.10}$$

donde $\Lambda^{1/2}$ es una matriz diagonal formada por la raíz cuadrada de los valores propios.

Nótese que la ecuación anterior sólo es real cuando todos los valores propios son mayores o iguales a cero, esto es, la matriz BB^T es positiva semidefinida. Además, la ecuación anterior no es la solución única para B . De hecho, B puede expresarse como:

$$B = P \Lambda^{1/2} C^T \quad \text{III.11}$$

donde,

$$CC^T = I \quad \text{III.12}$$

es decir, que C es una matriz unitaria de las cuales existe un conjunto infinito. Entre las candidatas a la solución para B se hallan matrices triangulares inferiores, las cuales permiten una solución por medio de algoritmos muy sencillos.

La estimación de los parámetros del modelo anterior puede llevarse a cabo utilizando métodos estadísticos convencionales. Por ejemplo,

estimación de máxima verosimilitud de medias y desviaciones típicas mensuales. Igual para matrices M_0 y M_1 , utilizando el método de Crosby y Maddock (1970)², descrito a continuación, el cual permite considerar registros de longitud variable y que produce estimadores de la matriz BB^T que son positivos semidefinidos.

² Crosby D.S. y Maddock III T.. Estimating coefficients of a flow generator for monotone samples of data. Water Resources Research. Vol. 6, No. 4, pag. 1079-1086. Agosto de 1970.

CAPITULO IV

4. ESTIMACION DE LAS MATRICES M_0 y M_1

La estimación de las matrices M_0 y M_1 , en función de las cuales se calculan las matrices A y B del modelo de Matalas, debe hacerse en una situación en la cual, para cada estación, los registros históricos se inician, generalmente, en fechas diferentes y terminan aproximadamente en la misma fecha. Es decir, existen registros con mayor historia que otros. La base de datos de los caudales transformados a variables aleatorias normales típicas puede expresarse como:

$$S = \begin{bmatrix} x_1^1(1) & x_1^1(2) & \dots & x_1^1(n_1) \\ x_1^2(1) & x_1^2(2) & \dots & x_1^2(n_1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{k_1}(1) & x_1^{k_1}(2) & \dots & x_1^{k_1}(n_1) \\ x_2^1(1) & x_2^1(2) & \dots & x_2^1(n_2) & \dots \\ x_2^{k_2}(1) & x_2^{k_2}(2) & \dots & x_2^{k_2}(n_2) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_e^1(1) & x_e^1(2) & \dots & x_e^1(n_e) & \dots \\ x_e^{k_e}(1) & x_e^{k_e}(2) & \dots & x_e^{k_e}(n_e) & \dots \end{bmatrix} \quad \text{IV.1}$$

Las estaciones hidrológicas forman e grupos. El grupo i estará conformado por k_i estaciones, con una longitud de registros igual a n_i . Los grupos se encuentran organizados en orden decreciente de longitud de registros. Así, los registros más largos tienen una longitud n_1 y los más cortos n_e . Los datos se encuentran ordenados hacia atrás, esto es comenzando con el más reciente y finalizando con el más antiguo. Así, $x_i^j(k)$ representa el caudal transformado correspondiente a la estación j del grupo i, durante el tiempo k. El tiempo 1 corresponde al período más reciente y a medida que avanza este indicador, los registros se encuentran más alejados en el tiempo. Utilizando notación matricial, la ecuación IV.1 puede expresarse como:

$$S = \begin{bmatrix} X_1(1) & X_1(2) & \dots & X_1(n_1) \\ \ddots & \ddots & \dots & \ddots \\ X_i(1) & X_i(2) & \dots & X_i(n_i) \\ \ddots & \ddots & \dots & \ddots \\ X_e(1) & X_e(2) & \dots & X_e(n_e) \end{bmatrix} \quad \text{IV.2}$$

donde,

$$X_i(k) = \begin{bmatrix} x_i^1(k) \\ \vdots \\ x_i^j(k) \\ \vdots \\ x_i^{n_i}(k) \end{bmatrix} \quad \text{IV.3}$$

La estimación de las matrices M_0 y M_1 en el caso en el cual todas las estaciones tienen igual longitud de registros y, por lo tanto, $e=1$, es bien conocida. En este caso, ellas pueden estimarse por:

$$M_0^* = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{k=1}^{n_1} \{ X_i(k) - \langle X_i \rangle \} \cdot \{ X_i(k) - \langle X_i \rangle \}^T \quad \text{IV.4}$$

$$M_1^* = \frac{1}{n_1 - 2} \sum_{k=1}^{n_1-1} \{ X_i(k+1) - \langle X_i \rangle \} \cdot \{ X_i(k) - \langle X_i \rangle \}^T \quad \text{IV.5}$$

donde,

$$\langle X_i \rangle = \frac{1}{n_1} \sum_{k=1}^{n_1} X_i(k) \quad \text{IV.6}$$

En el caso más general, en el cual los registros de las estaciones no coinciden en longitud, cada uno de los elementos i, j de las matrices M_0 y M_1 podría calcularse utilizando las ecuaciones IV.4, IV.5 y

IV.6 para el período común de registros, es decir, el correspondiente a la estación con menor longitud de registros. Sin embargo, este procedimiento puede conducir a un estimativo de la matriz BB^T tal que dicha matriz no sea positiva semidefinida.

Crosby y Maddock (1970) (referencia ya incluida) han estudiado el problema de estimación descrito anteriormente, y propuesto un procedimiento que conduce a un estimador de la matriz BB^T tal que dicha matriz sea positiva semidefinida. Este estimador corresponde al estimador de máxima verosimilitud cuando las variables aleatorias son independientes serialmente. A continuación se presenta el procedimiento. Inicialmente se presenta un procedimiento para la estimación de M_0 que posteriormente se extiende a la estimación de M_0 y M_1 .

Inicialmente se hace una estimación de la matriz M_0 correspondiente al primer grupo de estaciones, mediante la aplicación de las ecuaciones IV.4 y IV.6. El procedimiento procede por pasos. Supóngase que se ha estimado la matriz M_0 para los primeros $h-1$ grupos de estaciones, donde $2 \leq h \leq e$. Este estimador se denota por Σ_{h-1} . Se estiman los coeficientes de regresión del grupo h de estaciones con las estaciones correspondientes a los primeros $h-1$ grupos.

Si

$$V_h(j) = \begin{bmatrix} X_1 & (j) \\ \dots & \dots \\ X_{h-1} & (j) \\ \dots & \dots \\ X_{b,h} & (j) \end{bmatrix} \quad \text{IV.7}$$

los coeficientes de regresión están dados por la matriz

$$B_h = \left[\sum_{k=1}^{n_h} \{ X_b(k) - \langle X_b \rangle \} \{ V_b(k) - \langle V_b \rangle \}^T \right] \cdot \left[\sum_{k=1}^{n_h} \{ V_b(k) - \langle V_b \rangle \} \{ V_b(k) - \langle V_b \rangle \}^T \right]^{-1} \quad \text{IV.8}$$

donde

$$\langle X_b \rangle = \frac{1}{n_h} \sum_{k=1}^{n_h} X_b(k) \quad \text{IV.9}$$

$$\langle V_b \rangle = \frac{1}{n_h} \sum_{k=1}^{n_h} V_b(k) \quad \text{IV.10}$$

A partir de los coeficientes de regresión se calcula Σ_b' como

$$\Sigma_b' = \frac{1}{n_h - 1} \left[\sum_{k=1}^{n_h} \{ (X_b(k) - \langle X_b \rangle) \cdot (X_b(k) - \langle X_b \rangle)^T \} - B_h \sum_{k=1}^{n_h} \{ (V_b(k) - \langle V_b \rangle) \cdot (V_b(k) - \langle V_b \rangle)^T \} B_h^T \right] \quad \text{IV.11}$$

El estimador de la matriz M_0 correspondiente a los primeros h grupos de estaciones está dado por:

$$\Sigma_b = \begin{bmatrix} \Sigma_{b,1} & \Sigma_{b,1} & B_h^T \\ B_b \Sigma_{b,1} & \Sigma_b' + B_h \Sigma_{b,1} & B_b^T \end{bmatrix} \quad \text{IV.12}$$

El proceso anterior se repite hasta hallar el estimador correspondiente a los e grupos. Puede probarse que la matriz así estimada es positiva semidefinida y que ella corresponde al estimador de máxima

verosimilitud cuando las variables aleatorias involucradas son temporalmente independientes¹.

Cuando se requiere un estimador para M_0 y M_1 se hace la estimación para una base de datos dada por la matriz S^* en lugar de S , en la cual se intercalan a la matriz S los datos correspondientes, desplazados un período de tiempo. Esto es,

$$S^* = \begin{bmatrix} X_1(1) & X_1(2) & \dots & X_1(n_1) \\ X_1(2) & X_1(3) & \dots & X_1(n_1) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_1(1) & X_1(2) & \dots & X_1(n_1) & \dots \\ X_2(1) & X_2(2) & \dots & X_2(n_2) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_e(1) & X_e(2) & \dots & X_e(n_e) & \dots \\ X_e(2) & X_e(3) & \dots & X_e(n_e) & \dots \end{bmatrix} \quad \text{IV.13}$$

La ecuación anterior puede escribirse, para conveniencia en la notación, como,

$$S^* = \begin{bmatrix} X_1(1) & X_1(2) & \dots & X_1(n_1) \\ Y_1(1) & Y_1(2) & \dots & Y_1(n_1-1) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_1(1) & X_1(2) & \dots & X_1(n_1) & \dots \\ Y_1(1) & Y_1(2) & \dots & Y_1(n_1-1) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_e(1) & X_e(2) & \dots & X_e(n_e) & \dots \\ Y_e(1) & Y_e(2) & \dots & Y_e(n_e-1) & \dots \end{bmatrix} \quad \text{IV.14}$$

¹ Afifi A.A. y R. M. Elashoff. Missing observations in multivariate statistics. *Journal of the American Statistics Association*. Vol. 61 pag. 595-604. 1966.

Cuando se aplica el procedimiento antes descrito a la matriz S^* se obtiene lo siguiente:

$$\Sigma_{2e} = \begin{bmatrix} \Sigma_{X_1X_1} & \Sigma_{X_1Y_1} & \dots & \Sigma_{X_1X_e} & \Sigma_{X_1Y_e} \\ \Sigma_{Y_1X_1} & \Sigma_{Y_1Y_1} & \dots & \Sigma_{Y_1X_e} & \Sigma_{Y_1Y_e} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Sigma_{X_iX_1} & \Sigma_{X_iY_1} & \dots & \Sigma_{X_iX_e} & \Sigma_{X_iY_e} \\ \Sigma_{Y_iX_1} & \Sigma_{Y_iY_1} & \dots & \Sigma_{Y_iX_e} & \Sigma_{Y_iY_e} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Sigma_{X_eX_1} & \Sigma_{X_eY_1} & \dots & \Sigma_{X_eX_e} & \Sigma_{X_eY_e} \\ \Sigma_{Y_eX_1} & \Sigma_{Y_eY_1} & \dots & \Sigma_{Y_eX_e} & \Sigma_{Y_eY_e} \end{bmatrix} \quad \text{IV.15}$$

donde $\Sigma_{X_iX_j}$ es la matriz de covarianza asociada a los vectores $X_i(k)$ y $X_j(k)$. Un significado similar tienen las matrices $\Sigma_{X_iY_j}$.

Las filas y columnas pueden reordenarse en tal forma que:

$$\Sigma_{2e} = \begin{bmatrix} M_0^* & M_1^{T*} \\ M_1^* & M_0^{**} \end{bmatrix} \quad \text{IV.16}$$

donde M_0^* y M_1^* son los estimadores positivos semidefinidos de las matrices M_0 y M_1 . M_0^{**} es también un estimador de la matriz M_0 cuando no se utiliza la última observación. Nótese la mejora sustancial de estos estimadores sobre los obtenidos utilizando la información común de pares de estaciones, ya que ellos permiten la transferencia de información de las estaciones más largas a las más cortas.

Crosby y Maddock (1970)² utilizan un procedimiento similar para estimar las medias, el cual transfiere información de las observaciones más largas a las más cortas. Para ello se definen los vectores

$$\langle W_h \rangle = \begin{bmatrix} \langle X_1 \rangle^* \\ \langle X_2 \rangle^* \\ \dots \\ \dots \\ \langle X_h \rangle^* \\ \dots \\ \dots \\ \langle X_{h-1} \rangle^* \end{bmatrix} \quad \text{IV.17}$$

$$U_h = \langle W_h \rangle - \langle V_h \rangle \quad \text{IV.18}$$

El estimador de la media está dado por:

$$\langle X_h \rangle^* = \langle X_h \rangle + B_h U_h \quad \text{IV.19}$$

El procedimiento es similar al utilizado para el cálculo de las matrices M_0 y M_1 , avanzando por pasos hasta cuando $h=e$.

Nótese que la estimación anterior cambia los estimadores originalmente calculados de la media y varianza de los caudales transformados. Si estas variables se denotan por $\mu_{|k|j}(y)^*$ y $\sigma_{|k|j}(y)^{**}$, los nuevos estimadores, denotados por $\mu^*_{|k|j}(y)^*$ y $\sigma^*_{|k|j}(y)^{**}$ respectivamente, están dados por:

$$\mu^*_{|k|j}(y)^* = \mu_{|k|j}(y)^* + \sigma_{|k|j}(y)^* \mu_j^* \quad \text{IV.20}$$

$$\sigma^*_{|k|j}(y)^{**} = \sigma_{|k|j}(y)^{**} \sigma_j^* \quad \text{IV.21}$$

donde μ_j^* y σ_j^* son la media y desviación típica obtenidas a partir del procedimiento de Crosby y Maddock, tal como se describe a

². Crosby D. S. y T. Maddock III. Estimating expected values for monotone samples. Water Resources Research. Vol 6 N° 6 pag. 1743-1745. Diciembre de 1970.

continuación. μ_j^* se iguala a $\langle X_j \rangle^*$, obtenido a partir de la ecuación IV.19. σ_j^* se obtiene a partir de la raíz cuadrada de la diagonal de la matriz M_0^* estimada de acuerdo con el procedimiento antes mencionado. Los elementos de las matrices M_0 y M_1 estimados con la metodología anterior, los cuales se denotan por $m_0^*(i,j)$ y $m_1^*(i,j)$, también deben modificarse para tener en consideración que los caudales transformados tipificados de acuerdo con la media y varianza dadas por las ecuaciones IV.20 y IV.21 tienen desviación típica unitaria. La modificación es la siguiente:

$$m_0^{**}(i,j) = \frac{m_0^*(i,j)}{\sigma_i^* \sigma_j^*} \quad \text{IV.22}$$

$$m_1^{**}(i,j) = \frac{m_1^*(i,j)}{\sigma_i^* \sigma_j^*} \quad \text{IV.23}$$

5. RELLENO DE DATOS

A continuación se presenta un modelo para el relleno de datos faltantes en series hidrológicas, el cual utiliza la estructura de evolución temporal y espacial de la serie de tiempo y la teoría de sistemas dinámicos inciertos.

El sistema evoluciona discretamente en el tiempo, de acuerdo con la ecuación III.6, esto es:

$$X_{N+1} = A X_N + B E_{N+1} \quad V.1$$

Nótese que la misma estructura de correlación podría preservarse por medio de un modelo que evolucione hacia atrás en el tiempo.

Así,

$$X_N = A^* X_{N-1} + B^* E_N^* \quad V.2$$

Para que el modelo representado por la ecuación V.2 sea equivalente al representado por la ecuación V.1 se requiere que las matrices A^* y B^* sean la solución a las siguientes ecuaciones:

$$M_1^T = A^* M_0 \quad V.3$$

$$M_0 = A^* M_0 A^{*T} + B^* B^{*T} \quad V.4$$

Para el sistema representado por la ecuación V.1 se conocen algunos de los componentes del vector de estado X_N para el período N localizado entre los tiempos 1 y T . Supóngase que para dicho período ($1 \leq N \leq T$) existen n' componentes conocidas y n'' componentes desconocidas. Puede suponerse, sin pérdida de generalidad, que las primeras n' componentes del vector X_N , denotadas por X_N^* son conocidas y las n'' siguientes, denotadas por X_N^{**} , son desconocidas. Por lo tanto, la ecuación

$$Z_N = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_N' \\ X_N'' \end{bmatrix} \quad \text{V.5}$$

nos dará el vector Z_N de las componentes conocidas del vector X_N . I es la matriz identidad de tamaño $n' \times n'$ y 0 es una matriz de ceros de tamaño $n' \times n''$.

Utilizando una notación similar, la ecuación V.1 puede escribirse como:

$$\begin{bmatrix} X_{N+1}' \\ X_{N+1}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' \\ A'' \end{bmatrix} X_N + \begin{bmatrix} B' \\ B'' \end{bmatrix} E_{N+1} \quad \text{V.6}$$

Las matrices A' , A'' , B' y B'' tienen dimensiones $n' \times n'$, $n'' \times n'$, $n' \times n'$ y $n'' \times n'$ respectivamente. Además,

$$E\{E_{N1} E_{N2}\} = \begin{cases} 1 & N1 = N2 \\ 0 & N1 \neq N2 \end{cases} \quad \text{V.7}$$

El problema a resolver consiste en hallar un estimador para las componentes desconocidas del vector de estado, como función de todos los datos conocidos entre el periodo 1 y el periodo T.

Schweppe (1973)¹ presenta la estimación para un caso mas general de sistemas dinámicos inciertos. El problema al cual hace referencia la cita anterior se refiere a un sistema que evoluciona en el tiempo de acuerdo con la ecuación:

$$X_{N+1} = \Phi_{N+1} X_N + G_{N+1} W_{N+1} \quad \text{V.8}$$

¹ Schweppe Fred C. Uncertain dynamical systems. Prentice-Hall Inc, 1973

donde,

$X_N =$ Vector de tamaño n .

Φ_{N+1} y $G_{N+1} =$ Matrices de tamaño $n \times n$.

$W_{N+1} =$ Variables aleatorias con media 0.

La componente aleatoria W_N es tal que:

$$E(W_{N_1} W_{N_2}^T) = \begin{cases} Q_{N_1} & N_1 = N_2 \\ 0 & N_1 \neq N_2 \end{cases} \quad V.9$$

Las observaciones que se realizan son una función lineal del vector de estado, afectadas por errores en la medición. Así, el vector de observaciones se expresa como:

$$Z_N = H_N X_N + V_N \quad V.10$$

donde,

$Z_N =$ Vector de observaciones, de tamaño m .

$H_N =$ Matriz de tamaño $m \times n$.

$V_N =$ Error en las observaciones, el cual es un vector de m variables aleatorias independientes con media 0.

Nótese que, a diferencia del problema planteado inicialmente, las observaciones en el modelo más general no corresponden a componentes del vector de estado y , además, están afectadas por un error. Adicionalmente, las matrices Φ_N y G_N son función del tiempo.

Se utilizará la notación $\langle X \rangle (N/T)$ para designar el estimador del estado correspondiente al tiempo N utilizando las observaciones Z_1, \dots, Z_T . Se denota por $\Sigma(N/T)$ la matriz de covarianza de los errores $\{X_N - \langle X \rangle (N/T)\}$.

Existen tres tipos de problemas de estimación, los cuales son denominados como *filtro*, *predicción* y *suavización*, los cuales corresponden a los siguientes casos:

- a. El *filtro* corresponde a la situación para la cual $N=T$. Esto es, cuando se trata de estimar el último período dada la información de los períodos anteriores, incluyendo el período en consideración.
- b. En la *predicción* se pretende estimar estados futuros conocida la información hasta un tiempo dado. Es decir, $N > T$.
- c. Se utiliza la *suavización* cuando se pretende estimar un estado para un período dado y existen observaciones antes y después de tal período ($1 \leq N \leq T$).

El problema pertinente para el caso hidrológico es el que corresponde a la suavización y puede tratarse por medio de la combinación de un filtro y un pronóstico, tal como se verá más adelante. Por lo tanto, se discutirán inicialmente los problemas de estimación asociados con el filtro y el pronóstico, aplicados al caso particular correspondiente al problema hidrológico discutido inicialmente. Las ecuaciones pertinentes son conocidas como filtro de Kalman o filtro de Kalman-Bucy.

Schweppe considera el caso de estimación para sistemas con observaciones perfectas, esto es, cuando la variable aleatoria V_N es igual a cero. En este caso los mejores estimadores sin sesgo para las variables de estado estarán dados por:

$$\langle X \rangle (N+1/N) = \Phi_{N+1} \langle X \rangle (N/N) \quad V.11$$

$$\begin{aligned} \langle X \rangle_{(N+1/N+1)} &= \Phi_{N+1} \langle X \rangle_{(N/N)} + \Sigma(N+1/N) H_{N+1}^T \cdot \\ &\{ H_{N+1} \Sigma(N+1/N) H_{N+1}^T \}^{-1} \cdot \{ Z_{N+1} - H_{N+1} \Phi_{N+1} \cdot \\ &\langle X \rangle_{(N/N)} \} \end{aligned} \quad \text{V.12}$$

Las matrices de covarianza asociadas a tales estimadores serán:

$$\Sigma(N+1/N) = \Phi_{N+1} \Sigma(N/N) \Phi_{N+1}^T + G_{N+1} Q_N G_{N+1}^T \quad \text{V.13}$$

$$\begin{aligned} \Sigma(N+1/N-1) &= \Sigma(N+1/N) - \Sigma(N+1/N) H_{N+1}^T \cdot \\ &\{ H_{N+1} \Sigma(N+1/N) H_{N+1}^T \}^{-1} H_{N+1} \Sigma(N+1/N) \end{aligned} \quad \text{V.14}$$

Nótese que en el caso de variables normalmente distribuidas el vector aleatorio X_{N+1} dada la ocurrencia de las observaciones Z_1, \dots, Z_{N+1} tendrá una distribución normal multivariada con media igual a $\langle X \rangle_{(N+1/N+1)}$ y matriz de covarianza $\Sigma(N+1/N+1)$.

Aplicando las ecuaciones V.11 a V.14 al caso de las ecuaciones V.5 a V.7 se obtiene:

$$\langle X \rangle_{(N+1/N)} = A \langle X \rangle_{(N/N)} \quad \text{V.15}$$

$$\Sigma(N+1/N) = A \Sigma(N/N) A^T + B B^T = \begin{bmatrix} \pi' & \theta \\ \theta^T & \pi'' \end{bmatrix} \quad \text{V.16}$$

donde π' , θ y π'' tienen dimensiones $n \times n$, $n \times n''$ y $n'' \times n''$ respectivamente.

$$\langle X \rangle_{(N+1/N+1)} = \begin{bmatrix} A' \\ A'' \end{bmatrix} \langle X \rangle_{(N/N)} + \begin{bmatrix} \pi' & \theta \\ \theta^T & \pi'' \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi' & \theta \\ \theta^T & \pi'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right]^{-1} \\ & \cdot \left[X_{N-1}' \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A' \\ A'' \end{bmatrix} \langle X \rangle (N/N) \right] = \\ & \left[\begin{array}{c} X_{N-1}' \\ A'' \langle X \rangle (N/N) + \theta^T \pi^{*1} \{ X_{N-1}' - A' \langle X \rangle (N/N) \} \end{array} \right] \quad \text{V.17} \end{aligned}$$

Similarmente,

$$\begin{aligned} \Sigma(N+1/N+1) &= \Sigma(N+1/N) \cdot \begin{bmatrix} \pi' & \theta \\ \theta^T & \pi'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \pi^{*1} \\ & \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi' & \theta \\ \theta^T & \pi'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \pi'' - \theta^T \pi^{*1} \theta \end{bmatrix} \quad \text{V.18} \end{aligned}$$

A continuación se considera la combinación del filtro y el pronóstico para producir la suavización, la cual consiste en la estimación del estado correspondiente al tiempo N, sobre la base de observaciones incompletas realizadas entre el tiempo 1 y el tiempo T, donde $1 \leq N < T$.

A partir de las observaciones de que se dispone hasta el período de tiempo N (desde el período 1 hasta el período N) es posible, mediante la aplicación de las ecuaciones V.17 y V.18, calcular el

mejor estimador insesgado y la correspondiente matriz de covarianza, los cuales se denotan como $\langle X \rangle (N/N)$ y $\Sigma(N/N)$ respectivamente.

Además, a partir de las observaciones entre el período $N+1$ y el período T es posible calcular el mejor estimador sin sesgo y su respectiva matriz de covarianza del estado correspondiente al tiempo N . Para ello se utiliza la representación hacia atrás del modelo dinámico, expresada por la ecuación V.2, realizando un pronóstico (hacia atrás). Este estimador se denota por $\langle X \rangle (N/N^*)$. La respectiva matriz de covarianza se denota por $\Sigma(N/N^*)$.

Los resultados de la aplicación del filtro, utilizando las observaciones entre el tiempo 1 y el tiempo N , están dados por:

$$\langle X \rangle (N/N) = \begin{bmatrix} \langle X \rangle_N^* \\ \langle X \rangle_N^{**} \end{bmatrix} \quad \text{V.19}$$

$$\Sigma(N/N) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Sigma^{***} \end{bmatrix} \quad \text{V.20}$$

en donde Σ^{***} está dado por la ecuación V.18.

Los resultados de la aplicación de un pronóstico hacia atrás, utilizando las observaciones entre el tiempo $N+1$ y T están dados por:

$$\langle X \rangle (N/N^*) = \begin{bmatrix} \langle Y \rangle_N^* \\ \langle Y \rangle_N^{**} \end{bmatrix} \quad \text{V.21}$$

Para la matriz de covarianza se utiliza la misma notación de la ecuación V.16, ya que la estimación se hace por medio de un pronóstico (hacia atrás).

$$\Sigma(N/N^e) = \begin{bmatrix} \pi' & \theta \\ \theta^T & \pi'' \end{bmatrix} \quad \text{V.22}$$

$\langle X \rangle_{N'}$ y $\langle Y \rangle_{N'}$ son observaciones del vector $X_{N'}$, la primera de ellas sin error y la segunda de ellas con error. $\langle X \rangle_{N''}$ y $\langle Y \rangle_{N''}$ corresponden a observaciones con error del vector $X_{N''}$. Las observaciones con error estarán dadas por:

$$Z_1 = \begin{bmatrix} \langle Y \rangle_{N'} \\ \langle Y \rangle_{N''} \\ \langle X \rangle_{N''} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{N'} \\ X_{N''} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad \text{V.23}$$

donde V_1 , V_2 y V_3 son vectores de variables aleatorias con media cero, los cuales representan los errores en las observaciones.

Las observaciones sin error están dadas por:

$$Z_2 = \langle X \rangle_{N'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{N'} \\ X_{N''} \end{bmatrix} \quad \text{V.24}$$

Además, si

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad \text{V.25}$$

$$E\{VV^T\} = \begin{bmatrix} \pi' & \theta & 0 \\ \theta^T & \pi'' & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma''' \end{bmatrix} \quad \text{V.26}$$

Schweppe considera la estimación asociada con el problema:

$$Z_1 = H_1 X + V_1 \quad \text{V.27}$$

$$Z_2 = H_2 X \quad \text{V.28}$$

$$E\{V_1 V_1^T\} = R_1 \quad \text{V.29}$$

El mejor estimador sin sesgo está dado por:

$$\langle X \rangle = \Sigma H_1^T R_1^{-1} Z_1 + \beta H_2^T \{ H_2 \beta H_2^T \}^{-1} Z_2 \quad \text{V.30}$$

donde

$$\beta = \{ H_1^T R_1^{-1} H_1 \}^{-1} \quad \text{V.31}$$

La matriz de covarianza está dada por:

$$\Sigma = \beta - \beta H_2^T \{ H_2 \beta H_2^T \}^{-1} H_2 \beta \quad \text{V.32}$$

Aplicando los resultados anteriores al caso en consideración, se obtiene lo siguiente:

Sea

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{12}^T & R_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi' & \theta \\ \theta^T & \pi'' \end{bmatrix}^{-1} \quad \text{V.33}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & 0 \\ R_{12}^T & R_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma^{****-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ 0 & I \end{bmatrix} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{12}^T & R_{22} + \Sigma^{****-1} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{12}^T & \beta_{22} \end{bmatrix} \quad \text{V.34}$$

La aplicación de la ecuación V.32 produce el siguiente resultado:

$$\Sigma(N/T) = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{12}^T & \beta_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{12}^T & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{12}^T & \beta_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{12}^T & \beta_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \beta_{22} - \beta_{12}^T \beta_{11}^{-1} \beta_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma \end{bmatrix} \quad \text{V.35}$$

donde, $\sigma = \beta_{22} - \beta_{12}^T \beta_{11}^{-1} \beta_{12}$ V.36

La aplicación de la ecuación V.30 resulta en:

$$\langle X \rangle (N/T) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & 0 \\ R_{21} & R_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \langle Y \rangle_N' \\ \langle Y \rangle_N'' \\ \langle X \rangle_N'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{12}^T & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{12}^T & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}^{-1} \langle X \rangle_N' =$$

$$\left[\begin{array}{c} \langle X \rangle_N' \\ B_{12}^T B_{11}^{-1} \langle X \rangle_N' + \sigma R_{21} \langle Y \rangle_N' + \sigma R_{22} \langle Y \rangle_N'' + \sigma \Sigma''^{-1} \langle X \rangle_N'' \end{array} \right] \quad V.37$$

La ecuación V.37 muestra que el mejor estimador de las componentes conocidas del vector correspondiente al estado N son precisamente las mismas componentes, como era de esperarse. La ecuación V.35 muestra como la matriz de covarianza de los errores de las componentes conocidas es igual a cero.

La aplicación de los desarrollos anteriores para llenar datos de caudal faltantes en series hidrológicas mensuales se basa en que, tal como se mencionó anteriormente, para el caso normal la distribución condicional de los caudales transformados tienen media y matriz de covarianza dadas por las ecuaciones V.37 y V.35 respectivamente. Esta propiedad puede utilizarse para la estimación de los datos faltantes, de la siguiente manera:

- Se generan los residuos $x_{N,j}$, correspondientes a los datos faltantes en el período N, muestreando de la distribución normal multivariada con media $\langle X \rangle(N/T)$ y matriz de covarianza igual a $\Sigma(N/T)$.
- Se halla los valores $y_{N,j}$ a partir de la siguiente ecuación:

$$y_{N,j} = \mu_{(N|j)}(y) + \sigma_{(N|j)}(y) x_{N,j} \quad V.38$$
- Los caudales faltantes se calculan como:

$$q_{N,j} = f^{-1}(y_{N,j}) \quad V.39$$

Esta última transformación produce el mismo valor para la distribución normal y corresponderá a la exponenciación del valor transformado para la distribución lognormal.

Nótese que la metodología anterior puede extenderse fácilmente fuera del rango $1 \leq N \leq T$, ya que sólo se precisa hacer pronósticos hacia adelante o hacia atrás, según el caso. Sin embargo, los datos generados van aumentando su varianza a medida que se apartan del rango, tendiendo hacia la distribución no condicionada de los caudales.

CAPITULO VI

6. MODELO DE SIMULACION

Los módulos térmico, de expansión y de planeamiento bajo incertidumbre requieren información hidrológica sobre eventos con una cierta probabilidad de ocurrencia. Estos eventos deben definirse en términos de la generación total de energía del sistema hidroeléctrico. Para obtener los eventos hidrológicos en términos energéticos se requirió desarrollar un modelo de simulación del sistema a nivel mensual, el cual utiliza reglas heurísticas de operación. Este modelo opera así:

- El modelo permite considerar una topología compleja del sistema de proyectos hidroeléctricos. Así, tanto la generación como los vertimientos y los usos del proyecto pueden descargar en cuencas diferentes de la cuenca donde se encuentra ubicado el mismo.
- Permite, así mismo, considerar las características de cabeza variable de los diferentes proyectos.
- Como condiciones iniciales del sistema se toma el 50% del volumen útil de los embalses. A partir de dichas condiciones se simula el sistema durante el período histórico (obtenido utilizando el modelo de relleno de datos antes descrito) para producir una energía anual objetivo. Esta energía anual es desagregada a nivel mensual, de acuerdo con factores suministrados por el módulo de demanda, los cuales tienen en cuenta la estacionalidad en esta variable. Dichos factores pueden también ser utilizados como una aproximación para asignar valores diferentes a la generación de cada uno de los meses.

Las reglas para operación de los proyectos hidroeléctricos son como sigue:

- a. Como condiciones iniciales de los embalses en un mes dado se utilizan las condiciones finales del mes anterior.
- b. Inicialmente se genera la energía que de todas maneras se hubiese vertido.

- c. A continuación se efectúan desembalses para completar los requerimientos de descarga mínima y de otros usos aguas abajo de los embalses.
- d. Posteriormente se realizan desembalsamientos de los diferentes embalses hasta suplir la demanda objetivo de energía. Estos desembalsamientos se llevarán a cabo de acuerdo con una prioridad asignada por un índice que combina dos factores:
- Minimizar los posibles vertimientos futuros del sistema.
 - Evitar posibles atrapamientos de agua en los embalses de mayor volumen del sistema.
- e. A lo largo del proceso anterior se efectúan los ajustes pertinentes para tener en cuenta las pérdidas debidas a la evaporación del sistema de embalses y a los diferentes aprovechamientos para usos diferentes al de generación de energía eléctrica.

La simulación se lleva a cabo hasta cuando el sistema, a lo largo del período histórico de registro, pueda suplir el máximo objetivo de energía anual, sin presentar déficits. Para lograr este objetivo, se considera la función

$$r = f(d)$$

VI.1

donde d es el objetivo anual de energía y r el déficit total que se produce en el sistema. Se utiliza el modelo de simulación para hallar el valor de la función para un d dado. Se aplica el método de Newton-Raphson para, iterativamente, hallar el máximo valor de d para el cual r es cero.

7. OBTENCION DE LA INFORMACION REQUERIDA POR EL MODULO TERMICO

El módulo térmico requiere, para cada proyecto (o grupo de proyectos) construidos, en construcción o candidatos a la expansión, diversas producciones energéticas aportadas al sistema por éstos en cada mes y para un máximo de cinco condiciones hidrológicas, cada una de ellas con una probabilidad asociada. Sean p_1, \dots, p_5 las probabilidades asociadas a cada uno de los grupos de condiciones hidrológicas, ordenadas de más secas a más húmedas.

La metodología utilizada consiste en encontrar cuáles años del período histórico corresponden a cada uno de los grupos de condiciones hidrológicas. Se considera que un año pertenece al grupo i de condiciones hidrológicas si la energía total aportada al sistema durante dicho año tiene una probabilidad de ocurrencia correspondiente a la probabilidad asociada al grupo i . Esto es, si E es la variable aleatoria que representa la generación total anual de energía y E_j el valor de dicha variable durante el año j , tal año pertenece al grupo i si:

$$\sum_{k=1}^{i-1} p_k < P(E \leq E_j) \leq \sum_{k=1}^i p_k \quad \text{VII.1}$$

Para hallar los años que corresponden a cada uno de los grupos se sigue el siguiente procedimiento:

- Utilizando el modelo de simulación se obtiene la generación total anual de energía del sistema para cada uno de los años del período histórico considerado. Sean E_1, \dots, E_N tales valores.
- Los valores son ordenados de menor a mayor. Sea m el orden de la energía total anual que aporta el sistema y $j(m)$ el año que corresponde a dicho orden. La probabilidad

muestral de que el aporte de energía del sistema sea inferior a $E_{j(m)}$ está dada por:

$$P (E \leq E_{j(m)}) = \frac{m}{N+1} \quad \text{VII.2}$$

- c: Para hallar los años que pertenecen al grupo i se halla el conjunto $M(i)$ de enteros tales que si $m \in M(i)$, entonces

$$\sum_{k=1}^{i-1} p_k < \frac{m}{N+1} \leq \sum_{k=1}^i p_k \quad \text{VII.3}$$

Sea N_i el número de años que pertenecen a dicho conjunto.

Una vez hallados los años pertenecientes a cada grupo se calculan los datos requeridos por el modelo WASP. La energía mensual disponible, la energía mensual mínima y la potencia mensual disponible para cada proyecto y para cada grupo de condiciones hidrológicas se halla promediando tales valores mensuales para todos los años que pertenecen al respectivo grupo de condiciones hidrológicas.

CAPITULO VIII

8. OBTENCION DE LA INFORMACION REQUERIDA POR LOS MODULOS DE EXPANSION Y DE PLANEAMIENTO BAJO INCERTIDUMBRE

Los módulos de expansión y de planeamiento bajo incertidumbre requieren como entrada las hidrologías, con probabilidades de ocurrencia dadas, ocurridas históricamente durante un período de L años que cubre el período de planeamiento más un número dado de años. Sean p_1, \dots, p_G las probabilidades asociadas a las secuencias históricas requeridas.

Utilizando el modelo de simulación antes descrito y los N años de información histórica disponibles es posible obtener $N-L+1$ valores de la energía total generada durante un período de L años. El primer valor corresponde a la energía total generada durante los primeros L años, el segundo valor corresponde a la energía total generada entre el año 2 y el año L+1, y así sucesivamente. Sean $E_1, \dots, E_j, \dots, E_{N-L+1}$ tales valores, donde el subíndice j indica el año en el cual se inicia el período de L años correspondiente. Estos valores pueden ordenarse de menor a mayor. Sea m el orden correspondiente y $j(m)$ el año al cual corresponde dicho orden. Si E es la variable aleatoria que representa la energía total generada durante un período de L años, se tendrá que la probabilidad muestral correspondiente al año $j(m)$ está dada por:

$$P(E \leq E_{j(m)}) = \frac{m}{N-L+1} \quad \text{VIII.1}$$

Para cada grupo i de condiciones hidrológicas se halla el año $j(m)$ que se encuentre más próximo a la siguiente igualdad:

$$\sum_{k=1}^{i-1} p_k + \frac{p_i}{2} = \frac{m}{N-L+1} \quad \text{VIII.2}$$

En esta forma se hallan los G años iniciales correspondientes a cada una de las condiciones hidrológicas.

9. GENERACION SINTETICA DE CAUDALES

La generación sintética de caudales se efectúa generando números aleatorios independientes y lognormalmente distribuidos y utilizándolos en las ecuaciones pertinentes del modelo hidrológico.

Debe insistirse que el modelo propuesto es adecuado para el relleno de la información faltante. Sin embargo, su idoneidad para representar las series hidrológicas que se quieren modelar deberá inferirse por medio de las pruebas estadísticas pertinentes.

10. CONSIDERACIONES FINALES

La consideración de un número grande de estaciones puede dar origen a códigos ejecutables de gran tamaño y tiempos de computación excesivos. Lo anterior es especialmente cierto para el modelo de relleno de datos y, en menor grado, para el modelo de generación sintética de caudales.

En consecuencia, se ha previsto la posibilidad de formar grupos de estaciones con características hidrológicas similares. Para cada uno de los grupos seleccionados se realizará el relleno de datos y la generación sintética de caudales en forma independiente de los otros grupos. El supuesto de independencia es razonable cuando los grupos de estaciones se encuentren suficientemente alejados y, por lo tanto, la correlación espacial es muy débil. Generalmente, tal es el caso cuando es preciso considerar un gran número de estaciones.

OLADE
ORGANIZACION LATINOAMERICANA
DE ENERGIA

BID
BANCO INTERAMERICANO
DE DESARROLLO

MANUAL DE REFERENCIA
MODELO SUPER/OLADE-BID
MODULO DE PLANIFICACION
BAJO INCERTIDUMBRE
(MODPIN)

Julio 1994

	Página
1. OBJETIVO	1
2. TAREAS	1
3. METODOLOGIA	1
3.1 Introducción	1
3.1.1 El Proceso Tradicional de Planificación	1
3.1.2 Representación de Aspectos Probabilísticos	2
3.1.3 Planificación Bajo Incertidumbres	4
3.1.4 Objetivos del Manual	5
3.2 Metodologías de Planificación Bajo Incertidumbres	6
3.2.1 Modelo de Planificación Determinístico	6
3.2.2 Incertidumbres en el Proceso de Planificación	7
3.2.3 Técnicas de Solución del Problema de Planificación	7
3.2.3.1 Equivalente Determinístico	8
3.2.3.2 Análisis de Sensibilidad	9
3.2.3.3 Escenarios	10
3.2.3.4 Optimización Estocástica	10
3.3. Planteamiento del Problema	11
3.3.1 Formulación I: Cronograma; Minimización del Valor Esperado	11
3.3.2 Formulación II: Estrategia; Minimización del Valor Esperado	12
3.3.3 Formulación III: Estrategia; Criterio Mínimax	14
3.4 Expansión de Sistemas Hidrotérmicos	16
3.4.1 Representación del Parque Generador	16
3.4.1.1 Plantas Termoelectricas	16

3.4.1.2	Plantas Hidroeléctricas. Representación Detallada	17
3.4.1.3	Centrales Hidroeléctricas - Representación Agregada	18
3.4.2	Representación de los Intercambios.....	20
3.4.3	Requisitos de Energía Eléctrica.....	21
3.4.4	Restricciones Financieras.....	21
3.4.5	Representación de Incertidumbres.....	23
3.4.5.1	Mercado	23
3.4.5.2	Caudales	25
3.4.5.3	Costos.....	26
3.5	Metodología de Solución.....	27
3.5.1	Descomposición de Benders.....	27
3.5.2	Algoritmo de Descomposición de Benders.....	31
3.5.3	Extensión del Algoritmo para Problemas Estocásticos	35
3.6	Extensiones de la Metodología.....	38
3.6.1	Extensión de la Metodología para Estrategias de Expansión	38
3.6.2	Problema Maestro	40
3.6.2.1	Minimización del Valor Esperado.....	40
3.6.2.2	Criterio Minimax.....	41
3.6.2.3	Límites en el Arrepentimiento y Pesos por Escenario.....	42
3.6.2.4	Algoritmo de Solución	43
3.7	Subproblema de Operación-Modelo Agregado	43
3.7.1	Agregación.....	44
3.7.2	Formulación del Subproblema de Operación.....	45
3.7.3	Algoritmo de Solución	47
3.7.4	Obtención del Corte de Benders	49
3.8	Subproblema de Operación - Modelo Detallado.....	55
3.8.1	Horizonte de Estudio.....	55
3.8.2	Variables de Estado.....	56

3.8.3	Variables de Decisión y Función de Costo Inmediato.....	56
3.8.3.1	Volumen Turbinado	56
3.8.3.2	Función de Costo Inmediato.....	56
3.8.3.3	Formulación de la Función de Costo Inmediato.....	57
3.8.3.4	Características de la Función de Costo Inmediato.....	59
3.8.4	Función de Costo Futuro	59
3.8.4.1	Formulación Matemática.....	59
3.8.4.2	Características de la Función de Costo Futuro.....	60
3.8.5	Cálculo de la Función Terminal	61
3.8.6	Restricciones Operativas.....	62
3.8.6.1	Balance Hídrico	62
3.8.6.2	Límites de Almacenamiento	62
3.8.6.3	Límites en los Volúmenes de Salida.....	63
3.8.7	Algoritmo de Solución del Problema	63
3.8.7.1	Paso I - Selección de un Conjunto de Estados.....	63
3.8.7.2	Paso II - Cálculo de las Funciones de Costo Futuro.....	64
3.8.8	Subproblema de Operación en cada Etapa	65
3.8.9	Simulación de la Operación	
3.8.10	Cálculo de los Cortes de Benders	67

1. OBJETIVO

Este documento presenta el Manual de Referencia para el módulo MODPIN del modelo SUPER/OLADE-BID. Este módulo determina en forma implícita estrategias de expansión eléctrica que tengan en cuenta aspectos de riesgo e incertidumbres tales como desviaciones de las predicciones de la demanda y los precios de combustible, retrasos en los cronogramas de ejecución de obras, incertidumbres hidrológicas y variaciones en las restricciones financieras.

En primer lugar se presenta en líneas generales las tareas que componen este módulo. Enseguida, se presenta una descripción detallada de la metodología utilizada. Finalmente, se describe la lista de datos de entrada, la lista de reportes del programa y sus interfaces con los otros módulos.

2. TAREAS

Conocidos el elenco de proyectos de expansión (plantas *hidroeléctricas*, térmicas y líneas de intercambio entre regiones) y los posibles escenarios que representan las incertidumbres futuras, el programa determina una estrategia de expansión considerando de forma sistemática y coherente el impacto de estas incertidumbres en el proceso de decisión. El criterio utilizado consiste en minimizar el máximo arrepentimiento. Las principales tareas realizadas por este módulo son listadas a continuación.

- a. Determinación de los cronogramas de expansión óptimos determinísticos para cada escenario considerado. En este sub-módulo el objetivo es determinar un cronograma que minimice la suma de los costos actualizados de construcción, el valor esperado del costo de operación más los costos financieros. Nótese que, para cada escenario, estos son los cronogramas de menor costo, y por lo tanto aquellos que deberían ser implantados en el caso en que el futuro fuese conocido.
- b. Determinación de la estrategia óptima de expansión. En este sub-módulo, el objetivo es minimizar el máximo arrepentimiento. Se entiende por arrepentimiento para cada escenario la diferencia entre el costo de la estrategia y el costo óptimo obtenido en la etapa anterior.

3. METODOLOGIA

3.1 Introducción

Una de las tareas básicas de la planificación de la expansión de

3.1.1 El Proceso Tradicional de Planificación de los sistemas de generación es la determinación de un cronograma de construcción (*centrales hidroeléctrica, termoelectricas y circuitos de interconexión*) que atienda el mercado pronosticado de manera económica y confiable.

El requisito de economía de un programa de expansión está asociado a su costo actualizado de construcción y operación. El costo de construcción corresponde a las inversiones en unidades generadoras y circuitos de interconexión. El costo de operación corresponde a los gastos en combustible de las unidades termoelectricas del sistema.

El requisito de confiabilidad, a su vez, asegura un suministro adecuado a los centros de demanda, inclusive bajo condiciones adversas de producción de energía. Por ejemplo, la calidad de suministro en sistemas hidrotérmicos ha sido tradicionalmente evaluada por medio de dos componentes:

- a. *energía*, asociada a la disponibilidad del agua en los embalses del sistema;
- b. *punta*, asociada a la existencia de capacidad instalada para suministrar a la demanda máxima instantánea del día.

Interrupciones de energía y punta tienen características bastante distintas: la interrupción de energía resulta en racionamientos prolongados, los cuales se prevén con anticipación. Por otro lado, la interrupción de punta es imprevisible y de corta duración; además, su efecto tiende a concentrarse en los periodos de mayor demanda. Las acciones de planificación requeridas para mejorar la calidad de suministro en estos dos aspectos son también distintas: la reducción de los déficits de energía requiere la construcción de nuevas plantas, ya que las deficiencias de punta son resueltas por medio de la instalación de nuevas unidades generadoras (supermotorización de las plantas hidroeléctricas) y de refuerzos en la red de transmisión.

Una vez definidas las medidas de calidad de suministro, es necesario establecer criterios que caractericen una calidad aceptable. En el caso de energía, por ejemplo, un determinado plan de expansión es considerado adecuado si la simulación de la operación para la secuencia de caudales más secos ocurrida en el pasado (el periodo crítico) no resulta en déficits. A su vez, un plan de expansión es adecuado en términos de punta si es posible suministrar la demanda máxima en caso de pérdida de la mayor unidad generadora del sistema y con embalses vacíos. Como la potencia unitaria de los generadores hidroeléctricos depende de la altura de caída de los embalses, esta situación es la más desfavorable.

3.1.2 Representación de Aspectos Probabilísticos

Los criterios tradicionales de planificación poseen características interesantes: son relativamente fáciles de implantar, fáciles de comprender, y factibles en términos de ingeniería, porque aseguran protección contra los eventos más desfavorables registrados en el pasado.

Sin embargo, desde hace muchos años los ingenieros de planificación eran conscientes de las limitaciones de estos criterios. Por ejemplo, si la peor sequía ocurrida en el pasado fue excesivamente severa, esto es, si la probabilidad de ocurrencia de

un evento semejante es muy pequeña, entonces el criterio tradicional resulta en una sub-estimación de la capacidad de producción del sistema y, por lo tanto, en sobreinversiones y despilfarro de recursos escasos. Sin embargo, si existe una probabilidad razonable de que ocurran sequías más severas que la peor sequía registrada en el pasado, entonces la capacidad de producción del sistema habrá sido subestimada, lo que resulta en subinversiones y en déficits frecuentes. Consideraciones análogas pueden ser hechas con respecto a los criterios de punta.

Debido a estos problemas, los criterios tradicionales de energía y punta han sido sustituidos en muchos países por criterios probabilísticos, que representan de manera explícita las incertidumbres asociadas a los caudales, variaciones en la demanda y fallas en los equipos. Por ejemplo, el criterio de calidad de suministro de energía se basa en el riesgo anual de déficits. Para el caso de calidad de suministro de punta los criterios se basan en la probabilidad de pérdida de carga (LOLP) en el suministro para atender la demanda. La implantación de estos criterios requiere modelos complejos de los fenómenos naturales (modelos estocásticos multivariados de caudales y demandas, representación de fallas de los equipos etc.) y metodologías sofisticadas para análisis del desempeño del sistema (programación dinámica estocástica para cálculo de la política óptima de operación, simulación de la operación para series sintéticas de caudales etc.). El desarrollo de estas metodologías requiere un esfuerzo conjunto de las empresas concesionarias, centros de investigación y universidades.

Con la implantación de métodos probabilísticos, el problema de planificación pasa a ser planteado como la determinación de un cronograma de expansión que minimice el costo actualizado de construcción más el valor esperado de los costos de operación, sujeto a restricciones en la confiabilidad del suministro de energía.

3.1.3 Planificación Bajo Incertidumbres

La implantación de criterios probabilísticos de energía y punta ha sido un paso importante en el perfeccionamiento de los mecanismos de toma de decisión. Sin embargo, estos aspectos representan solamente una pequeña parte de las posibles fuentes de incertidumbre asociadas al desempeño del sistema. Otros posibles factores que afectan el proceso de decisión incluyen:

- a. tasa de crecimiento de la demanda futura
- b. costos de combustible
- c. tiempo de construcción de centrales
- d. tasas de interés y restricciones financieras
- e. comportamiento de la economía
- f. restricciones socioeconómicas
- g. restricciones ambientales

La experiencia de las empresas concesionarias ha mostrado que estos factores son posiblemente tan relevantes para las decisiones de inversión como los aspectos ya representados, tales como incertidumbre en la hidrología y fallas de los equipos. Por ejemplo, los estudios de planificación indican que el LOLP es excesivamente sensible a la demanda de punta pronosticada, el cual es un parámetro de gran variabilidad, por lo tanto, se torna necesario introducir en el proceso de toma de decisiones un tratamiento sistemático y coherente de las distintas fuentes de incertidumbre. Esta tarea es muy compleja tanto en términos metodológicos como computacionales:

- a. En contraste con los fenómenos de hidrología y fallas de equipos, que pueden ser modelados por medio de técnicas de ciencias naturales, las incertidumbres aquí mencionadas son fuertemente ligadas a aspectos económicos, políticos y de organización social; esto requiere no solamente herramientas metodológicas más flexibles, sino también un cambio en la manera de gerenciar intereses opuestos entre los distintos segmentos de la sociedad.

- b. El concepto de "plan" como "cronograma de expansión" deja de ser adecuado; se hace necesario obtener estrategias de expansión que minimicen el impacto de las fuentes de incertidumbre en el proceso de decisión
- c. Es necesario reexaminar la función objetivo tradicional de la planificación en dos aspectos:
 - el uso del valor esperado para representar el efecto de las incertidumbres;
 - la utilización de una única medida escalar (costos) para estimar la calidad del plan.

En lo que se refiere al primer aspecto, es importante tener en cuenta la gran varianza de los costos para los distintos escenarios, esto es, un plan que es óptimo "en promedio" puede ser desastroso si ocurren algunos escenarios posibles. En cuanto al segundo aspecto, es necesario representar objetivos que son conflictivos (por ejemplo, uso del agua, impacto ambiental) que no pueden ser colocados en una escala común de costos.

3.1.4 Objetivos del Manual

Este manual presenta una metodología para planificación de la expansión de sistemas eléctricos con representación de incertidumbres. La metodología se basa en conceptos de programación estocástica y análisis de decisión, los cuales permiten representar de manera coherente las incertidumbres de los distintos factores que afectan el plan de expansión, tales como demanda, costo de combustible, atraso de obras etc.

En la sección 3.2 se presenta un análisis del problema de planificación bajo incertidumbres y de las distintas técnicas utilizadas para el modelaje de este problema.

El planteamiento utilizado en este trabajo está descrito en la sección 3.3. La representación de los distintos componentes del sistema eléctrico (sistema generador y sistema de transmisión), las restricciones físicas, operativas y financieras y el tratamiento de las incertidumbres asociadas al problema se presentan en la sección 3.4.

Las secciones 3.5 y 3.6 describen la metodología de solución, basada en la descomposición del problema en sub-problemas de construcción y operación.

3.2 Metodologías de Planificación Bajo Incertidumbres

3.2.1 Modelo de Planificación Determinístico

Se ha visto en la Sección anterior que el objetivo tradicional de la planificación de la expansión es la determinación de un cronograma de expansión que atienda la demanda pronosticada y minimice los costos actualizados de construcción y operación. La determinación del plan óptimo de expansión puede ser planteada como el siguiente problema de optimización:

$$z = \text{Min} \sum_{t=1}^T \beta_t [cx_t \cdot \phi_t] \quad (2.1.a)$$

sujeto a

$$A_t x_t \geq b_t \quad (2.1.b)$$

$$\sum_{\tau=1}^t F_\tau x_\tau + F_t y_t \geq h_t \quad (2.1.c)$$

para $t = 1, \dots, T$

donde

- x_t vector que contiene las opciones de expansión en la etapa t
- c vector de costos de construcción
- y_t variables de operación en la etapa t (generación en cada planta, etc.)
- d vector de costos de operación
- b_t factor de actualización para la etapa t

b_t, h_t vectores de recursos

La ecuación (2.1.b) representa las restricciones en las decisiones de construcción (restricciones financieras, fechas mínima y máxima de instalación de equipos etc.). El conjunto de restricciones (2.1.c) representa límites operativos (límites de generación, límites de almacenamiento, suministro de la demanda etc.). Se observa que las restricciones de operación dependen de las decisiones de inversión x_t hasta la etapa t .

3.2.2 Incertidumbres en el Proceso de Planificación

En el planteamiento del problema de expansión (2.1), se utiliza la hipótesis de que los parámetros básicos, representados por los vectores de costos c y d ; de las matrices de transformación A_t , F_t y F'_t ; y de los vectores de recursos b_t y h_t , son conocidos con exactitud. En este caso, la solución $\{x_t^*, t=1, \dots, T\}$ que minimiza los costos de inversión y operación del problema (2.1) es de hecho el plan de expansión más adecuado. Sin embargo, como fue discutido en la Introducción, existe una gran incertidumbre con respecto al valor de la mayor parte de estos parámetros. Esta incertidumbre nos hace cuestionar la "optimalidad" del plan de expansión $\{x_t^*\}$: una vez que la realidad futura sea diferente de lo pronosticado en (2.1), cómo se puede afirmar que $\{x_t^*\}$ es lo más adecuado?

3.2.3 Técnicas de Solución del Problema de Planificación

Los enfoques de solución para el problema de planificación bajo incertidumbres pueden ser clasificados en cuatro grandes grupos:

- equivalente determinístico
- análisis de sensibilidad
- escenarios
- optimización estocástica

3.2.3.1 Equivalente Determinístico

De acuerdo con este enfoque se debe resolver (2.1) para los valores pronosticados de los parámetros, e implantar la decisión óptima de construcción asociada a la primera etapa de este plan (por ejemplo, el año corriente):

$$z = \text{Min. } \sum_{t=1}^T \beta_t [\bar{c}_t x_t + \bar{d}_t v_t] \quad (2.1.a)$$

sujeto a

$$\bar{A}_t x_t \geq \bar{b}_t \quad (2.1.b)$$

$$\sum_{t=1}^t F_t x_t + \bar{F}_t v_t \geq h_t \quad (2.1.c)$$

para $t = 1, \dots, T$

donde ' $\bar{\cdot}$ ' indica valor pronosticado

En la etapa siguiente (por ejemplo, el próximo año), se actualizan los pronósticos y se calcula un nuevo plan optimizado de expansión para el período de planificación $t = 2, \dots, T$. Una vez más, se implantan las decisiones asociadas a la etapa y se repite el proceso. Este enfoque es interesante, dado que ajusta el plan cuando nuevas informaciones están disponibles e incorpora la incertidumbre por medio de la actualización constante de los pronósticos.

El enfoque del equivalente determinístico en general no produce el plan más adecuado. El motivo básico es que una decisión de construcción para la etapa actual solamente es óptima si ocurren en el futuro exactamente los valores pronosticados. En el caso contrario, la decisión puede ser inadecuada o, en algunos casos, inclusive "pésima". Por ejemplo, la construcción de una hidroeléctrica de grandes dimensiones podría ser la solución óptima de (2.2) en caso de un pronóstico de rápido crecimiento de la demanda futura, lo que aseguraría la absorción de la energía adicionada. Suponga, sin embargo, que al año siguiente se presente una recesión y, por lo tanto, que se reduzcan los pronósticos de demanda. En este caso, la decisión anterior de construir una gran hidroeléctrica, no se justificaría.

3.2.3.2 Análisis de Sensibilidad

Este enfoque parte del mismo plan de expansión obtenido en la solución del problema (2.2) para los valores pronosticados. Se hace entonces un análisis de sensibilidad del costo de operación con respecto a un rango de variación de los parámetros. Por ejemplo, se calcula el plan de expansión óptimo para una determinada demanda prevista y, enseguida se calcula el costo de operación para otras dos hipótesis de demanda, tales como "alta" y "baja". El objetivo es verificar si el plan es "robusto", esto es, si los resultados finales son sensibles a la variación de los parámetros.

Este enfoque también intenta representar el hecho de que el plan va a ser ejecutado bajo condiciones distintas de las pronosticadas. Sin embargo, existen limitaciones tanto teóricas como prácticas que afectan la optimalidad de este procedimiento:

- En el caso en que el costo de operación no sea sensible a la variación de los parámetros, se puede afirmar que el plan es adecuado; sin embargo, en caso que el costo de operación sea sensible a la variación de los parámetros, no se puede afirmar nada. Además, es difícil examinar el efecto conjunto de más de una fuente de incertidumbre
- el análisis de sensibilidad solamente mide el efecto de las incertidumbres en términos de los costos de operación, y no considera el hecho de que el plan de expansión será ajustado en la medida que aparecen nuevas informaciones; por ejemplo, si se observa que la demanda es superior a lo pronosticado, hará probablemente una anticipación de la construcción de plantas; si la demanda es inferior a lo pronosticado, hará una postergación

3.2.3.3 Escenarios

En este enfoque, se establecen escenarios $i = 1, \dots, n$, esto es, n posibles valores de los parámetros $\{c, d, A, E, F, b, h\}^1$, $i = 1, \dots, n$. A continuación, se calcula el plan óptimo (2.1) para cada escenario, y se obtiene un conjunto de soluciones $\{x^*\}^1$, $i = 1, \dots, n$. Con base en este conjunto de soluciones se realizan distintos tipos de análisis. Por ejemplo, si una planta es parte de la solución óptima en todos los escenarios, se concluye que esta planta es "robusta" y que deberá formar parte del plan de expansión.

La limitación básica del enfoque de escenarios es la dificultad de construir un plan de expansión único que sea óptimo "en promedio" para todos los escenarios a partir de planes óptimos calculados para cada escenario. La única excepción son las plantas "robustas" mencionadas anteriormente; ya que ellas forman parte de la solución óptima de cada escenario aislado, entonces son parte también del óptimo global.

3.2.3.4 Optimización Estocástica

El enfoque de optimización estocástica procura representar de manera explícita las incertidumbres y el procedimiento de decisión asociado. Este enfoque parece ser el más completo y ha sido seleccionado para el desarrollo del proyecto. Se presenta a continuación el planteamiento del problema por medio de optimización estocástica.

3.3. Planteamiento del Problema

3.3.1 Formulación I: Cronograma; Minimización del Valor Esperado

El problema de planificación de la expansión bajo incertidumbres puede ser representado como un problema de optimización estocástica. Suponga, por ejemplo, que existen dos escenarios, esto es, dos conjuntos de parámetros $\{c, d, A, E, F, b, h\}$, con

probabilidades p_1 y p_2 . Por facilidad de notación, se supone que el problema (2.1) posee solamente dos etapas, que la tasa de actualización b es igual a 1 y que los costos de construcción c y de operación d son los mismos en todas las etapas y escenarios. El problema estocástico se plantea como:

$$z = \text{Min } c x_1 + c x_2 p_1(d y_{11} + d y_{21}) + p_2(d y_{12} + d y_{22}) \quad (3.1)$$

sujeto a

$$A_1 x_1 \geq h_1$$

$$A_2 x_2 \geq h_2$$

$$E_{11} x_1 + F_{11} y_{11} \geq h_{11}$$

$$E_{12} x_1 + F_{12} y_{12} \geq h_{12}$$

$$E_{11} x_1 + E_{21} x_2 + F_{21} y_{21} \geq h_{21}$$

$$E_{12} x_1 + E_{22} x_2 + F_{22} y_{22} \geq h_{22}$$

donde los índices tj se refieren a la etapa t del escenario j . El modelo (3.1) representa explícitamente la incertidumbre de los parámetros de planificación, y procura determinar un plan de expansión que sea óptimo "en promedio" para todos los escenarios. Se observa que existe solamente un vector de decisiones de construcción $[x_1, x_2]$, válido para todos los escenarios, y dos vectores de decisiones de operación $[y_{11}, y_{21}]$ y $[y_{12}, y_{22}]$, específicos para cada escenario. Esto significa que las decisiones de construcción son hechas antes de conocer los valores de los parámetros (por ejemplo, caudales y demandas futuras), mientras que las decisiones operativas son hechas después de conocer estos valores. Los primeros tipos de decisión son conocidos como "aquí y ahora" (here-and-now) y los otros, como "aguarde para ver" (wait-and-see). La función objetivo (3.1) es minimizar el costo de construcción más el valor esperado de los costos de operación (suma de los costos para cada escenario, ponderados por las respectivas probabilidades).

El modelo (3.1) representa las características básicas de la planificación probabilística: para cada cronograma tentativo de expansión x , se simula la operación del sistema y se calcula el costo de operación $d y$ asociado a los distintos escenarios; entonces, se determina el cronograma de menor costo actualizado de construcción más operación.

3.3.2 Formulación II: Estrategia; Minimización del Valor Esperado

Si bien es cierto que la formulación estocástica (3.1) representa un progreso substancial con respecto a la formulación determinística (2.1), ella no considera algunos aspectos importantes del problema. El principal aspecto es que las decisiones de construcción en cada etapa dependen de los valores de demanda, costos etc. ocurridos en las etapas anteriores. En otras palabras, no existe un cronograma de expansión único, que puede ser determinado a priori para todas las etapas, sino más bien una estrategia de expansión que depende en cada etapa de los valores ocurridos en las etapas anteriores.

Se puede hacer una analogía entre esta situación y el cálculo de la política óptima de operación de un sistema hidrotérmico. En cada etapa, la decisión operativa (proporción óptima de generación hidroeléctrica y termoeléctrica en el sistema) depende del nivel de almacenamiento de los embalses y de los caudales afluentes a los embalses en la etapa anterior. En otras palabras, las decisiones operativas en cada etapa dependen de valores ocurridos en el pasado. En el problema de planificación, una decisión de inversión hoy dependerá de valores ocurridos con anterioridad, como por ejemplo la demanda. Este aspecto es particularmente importante en las empresas de América Latina y el Caribe, debido a las altas tasas de crecimiento de la demanda y a los largos plazos de construcción de las plantas hidroeléctricas.

La formulación del problema de expansión estocástico con actualización de las decisiones de inversión será ilustrada para un problema de dos etapas, donde existe un escenario para la primera etapa y dos escenarios para la segunda etapa. Así como en el caso anterior, se consideran tasas de actualización unitarias, y valores únicos para c y d . El problema de expansión estocástico se representa como

$$z = \text{Min } c x_1 + d y_1 + p_{21} c x_{21} + p_{22} c x_{22} + p_{21} d y_{21} + p_{22} d y_{22} \quad (3.2)$$

sujeto a

$$A_1 x_1 \geq b_1$$

$$A_2 x_{21} \geq b_{21}$$

$$\begin{aligned}
 A_2 x_{22} &\geq h_{22} \\
 E_1 x_1 + F_1 y_1 &\geq h_1 \\
 E_1 x_1 + E_{21} x_{21} + F_{21} y_{21} &\geq h_{21} \\
 E_1 x_1 + E_{22} x_{22} + F_{22} y_{22} &\geq h_{22}
 \end{aligned}$$

La formulación (3.2) representa el procedimiento de actualización de las decisiones en cada etapa; así como en el modelo (3.1), la decisión x_1 se toma sin conocer el escenario que va ocurrir en la segunda etapa (here-and-now); sin embargo, esta decisión ahora tiene en cuenta que esta información estará disponible en la segunda etapa, y que las decisiones de construcción en esta segunda etapa van a ser específicas para cada escenario (wait-and-see).

La formulación (3.2) permite representar diversos aspectos importantes para la planificación. Por ejemplo, se puede utilizar simultáneamente diversos escenarios de pronóstico de demanda, lo que permite representar el beneficio de la flexibilidad (por ejemplo, plantas con plazos de construcción menores, que pueden adaptarse a diversos escenarios).

3.3.3 Formulación III: Estrategia; Criterio Minimax

La utilización del valor esperado de los costos como criterio de decisión en problemas estocásticos es adecuada cuando los fenómenos representados son de "alta frecuencia", es decir, cuando una muestra representativa de todos los escenarios ocurre a lo largo del período de planificación. Un ejemplo de este tipo de fenómeno es el costo de operación de un sistema termoeléctrico con un gran número de unidades generadoras; a lo largo de diez años de operación, es probable que ocurran casi todas las combinaciones posibles de falla de los equipos. De manera más precisa, el uso del valor esperado es adecuado cuando la varianza de los costos totales a lo largo del período de planificación es relativamente pequeña.

Debido a la gran incertidumbre en las tasas de crecimiento de la demanda, se espera una gran varianza de los costos de inversión y operación asociados a las estrategias de expansión para cada

escenario. Como solamente uno de estos escenarios ocurrirá en la realidad, se puede cuestionar el significado de decisiones de inversión que son óptimas "en promedio" para todos los escenarios.

Este problema puede ser comparado a la decisión de contratar un seguro para un coche. En la opción de no contratar el seguro, el propietario se responsabiliza por los costos de arreglo y reposición del coche en caso de accidente. En la opción de contratar el seguro, el propietario paga el costo de la póliza. Si utilizamos el valor esperado de los costos como criterio de decisión, la opción de no contratar el seguro es la más económica. Sin embargo, para el escenario de accidente, la decisión de contratar el seguro es mucho menos costosa. Como un accidente es un evento relativamente improbable, pero posible, el decisor queda vulnerable con respecto al escenario de accidente.

Una manera de representar este aspecto es calcular el perjuicio, o arrepentimiento, asociado a cada combinación de decisión y escenario. En el caso de no contratar el seguro, el arrepentimiento es cero para el escenario sin accidente, y P_C (el costo del coche) para el escenario de accidente. Para la decisión de contratar el seguro, el arrepentimiento es P_S (el costo de la póliza) en el escenario sin accidente, y cero en caso de accidente (se observa que el arrepentimiento es la diferencia entre el costo real y el costo que se tendría si se supiera con seguridad que aquel escenario fuera a ocurrir).

El criterio minimax, o criterio de Savage, tiene como objetivo minimizar el máximo arrepentimiento asociado a cada escenario. Por ejemplo, la aplicación de este criterio al modelo (3.2) resulta en:

$$z = \text{Min } \alpha \quad (3.3a)$$

sujeto a

$$\alpha \geq c x_1 + c x_{21} + d v_1 + d v_{21} - \xi_1 \quad (3.3b)$$

$$\alpha \geq c x_1 + c x_{22} + d v_1 + d v_{22} - \xi_2 \quad (3.3c)$$

$$A_1 x_1 \geq b_1 \quad (3.3d)$$

$$A_2 x_{21} \geq b_{21} \quad (3.3e)$$

$$A_2 x_{22} \geq b_{22} \quad (3.3f)$$

$$E_1 x_1 + F_1 y_1 \geq h_1 \quad (3.3g)$$

$$E_1 x_1 + E_{21} x_{21} + F_{21} y_{21} \geq h_{21} \quad (3.3h)$$

$$E_1 x_1 + E_{22} x_{22} + F_{22} y_{22} \geq h_{22} \quad (3.3i)$$

donde ξ_1 es el costo óptimo para el problema determinístico asociado al escenario 1:

$$\xi_1 = \text{Min } c x_1 + c x_{21} + d y_1 + d y_{21} \quad (3.4)$$

sujeto a

$$A_1 x_1 \geq b_1$$

$$A_2 x_{21} \geq b_{21}$$

$$E_1 x_1 + F_1 y_1 \geq h_1$$

$$E_1 x_1 + E_{21} x_{21} + F_{21} y_{21} \geq h_{21}$$

y ξ_2 el costo de la solución óptima determinística para el escenario 2.

Las restricciones (3.3.b) y (3.3.c) representan los arrepentimientos asociados a los escenarios 1 y 2. Como debe ser mayor o igual a cada arrepentimiento, es por lo tanto mayor o igual al máximo arrepentimiento. Como el objetivo es minimizar α , entonces z será igual al máximo arrepentimiento.

3.4 Expansión de Sistemas Hidrotérmicos

3.4.1 Representación del Parque Generador

El parque generador está compuesto por plantas termoelectricas e hidroelectricas. Las características de cada tipo de planta se analizan a continuación.

3.4.1.1 Plantas Termoeléctricas

Las plantas termoeléctricas utilizan una fuente de energía (carbón, diesel, nuclear, etc.) para calentar vapor en una caldera. Este vapor es utilizado para accionar un conjunto turbina-generador, el cual produce energía eléctrica. Las plantas termoeléctricas se representan por medio de los siguientes parámetros:

- costo unitario de operación
- límite máximo de generación
- factor de capacidad para generación continua

En los estudios de planificación de la generación, las plantas termoeléctricas son generalmente agregadas en clases de acuerdo con su costo de operación.

El déficit de suministro de la demanda se representa como una térmica ficticia de capacidad infinita y costo de operación elevado.

3.4.1.2 Plantas Hidroeléctricas - Representación Detallada

Las plantas hidroeléctricas convierten la energía potencial del agua almacenada en los embalses en energía cinética, la cual es utilizada para accionar un conjunto turbina/generador. La planta hidroeléctrica se representa de acuerdo con los siguientes parámetros:

- volumen máximo de almacenamiento
- volumen mínimo de almacenamiento
- límite máximo de turbinamiento
- coeficiente de producción

Las plantas hidroeléctricas se clasifican en centrales con embalse (volumen máximo diferente del mínimo) y centrales de pasada (volumen máximo igual al mínimo).

La operación de las centrales hidroeléctricas se representa de acuerdo con el siguiente conjunto de restricciones:

a. Balance Hídrico:

$$V_{i,t+1} = V_{it} + A_{it} - Q_{it} - S_{it} + \sum_{k \in M_i} (Q_k + S_k) \quad (4.1)$$

donde:

- Q_{it} volumen turbinado en la central i en la etapa t
 V_{it} volumen almacenado al fin de la etapa t
 S_{it} volumen vertido por la central i en la etapa t
 A_{it} volumen afluente incremental a la central i en la etapa t
 M_i conjunto de centrales hidroeléctricas inmediatamente aguas arriba de i

b. Límites de Almacenamiento y Turbinamiento:

$$V_{it} \leq \bar{V}_i \quad (4.2)$$

$$Q_{it} \leq \bar{Q}_i \quad (4.3)$$

donde:

- \bar{V}_i capacidad de almacenamiento máximo del embalse i
 \bar{Q}_i capacidad de turbinamiento máximo de la central i

c. Producción de Energía:

$$GH_{it} = \rho_i Q_{it} \quad (4.4)$$

donde ρ_i es el coeficiente de producción de la central i :

$$\rho_i = 0.00981 \eta_i h_i \quad (4.5)$$

donde:

- h_i caída equivalente de i
 η_i rendimiento del grupo turbina-generator de i

3.4.1.3 Centrales Hidroeléctricas - Representación Agregada

En el modelo agregado, el parque generador hidroeléctrico de cada región se representa por medio de un embalse equivalente de energía, con las siguientes características:

- la capacidad de almacenamiento del embalse equivalente se estima de acuerdo con la energía producida por el vaciamiento completo de los reservorios del sistema siguiendo con una política de operación establecida;
- la energía total afluente al embalse equivalente se divide en dos partes:
 - *energía controlable*, asociada a los caudales afluentes a las centrales con embalse, que puede ser almacenada en el reservorio equivalente;
 - *energía de pasada*, asociada a las centrales sin embalse;

a. Energía Almacenable Máxima

La energía almacenable máxima \bar{E} se define como la energía total producida por el vaciamiento completo de los embalses del sistema a partir del volumen almacenado máximo, de acuerdo con una regla operativa. Suponiendo que el coeficiente de producción de cada central es constante, se tiene:

$$\bar{E} = \sum_{i \in R} \left[\bar{v}_i \left(\rho_i + \sum_{j \in J_i} \rho_j \right) \right] \quad (4.6)$$

donde:

- \bar{E} energía almacenable máxima
- R conjunto de centrales con embalse
- \bar{v}_i capacidad de almacenamiento del embalse i
- J_i conjunto de centrales aguas abajo del embalse i

b. Energía Controlable

La energía controlable es la energía que puede ser efectivamente incorporada al reservorio equivalente de energía, hasta el límite \bar{E} . Esta energía es estimada como el producto entre el volumen afluente natural a cada embalse y la suma de su coeficiente de producción con los coeficientes de todas las centrales de pasada entre el embalse y el próximo embalse aguas abajo.

$$EC_i = \sum_{j \in R} \left[AN_{it} \left(\rho_i + \sum_{j \in PR_j} \rho_j \right) \right] \quad (4.7)$$

donde:

EC_i energía controlable en la etapa t

AN_{it} volumen afluente natural al embalse i en la etapa t

PR_j conjunto de centrales de pasada entre i y el próximo embalse aguas abajo

c. Energía de Pasada

La energía de pasada corresponde a la energía afluente a las centrales de pasada, la cual no puede ser almacenada. Esta energía se calcula multiplicando el factor de producción por la diferencia entre el volumen afluente natural y el volumen afluente a las centrales con embalse inmediatamente aguas arriba. Estos volúmenes son limitados por el turbinamiento máximo en cada central de pasada.

$$EP_i = \sum_{j \in F} \rho_j \min \{ I_j; \bar{Q}_j \} \quad (4.8)$$

donde:

EP_i energía de pasada en la etapa t

F conjunto de centrales de pasada

I_j volumen incremental afluente, dado por:

$$I_j = AN_i - \sum_{j \in N_i} AN_j$$

- N_i conjunto de embalses inmediatamente aguas arribas de i
 \bar{Q}_i capacidad de turbinamiento de la central i

3.4.2 Representación de los Intercambios

Se representan los intercambios de energía entre regiones o subsistemas por medio de los balances de demanda en cada subsistema y los límites de intercambio:

$$ET_{it} + \sum_{m \in G_i} GT_{mit} + \sum_{k \in \Omega_i} [(1 - \delta_{ik}) I_{ki} - I_{ik}] + EF_{it} = D_{it} \quad i = 1, \dots, NS$$

$$0 \leq I_{ikl} \leq \bar{I}_{ikl} \quad \forall k \in \Omega_i$$

$$0 \leq GT_{mit} \leq \bar{GT}_{mit} \quad \forall m \in G_i$$

donde:

- NS total de subsistemas
 G_i conjunto de clases térmicas para el i -ésimo subsistema
 GT_{mit} generación de la clase térmica m del subsistema i en la etapa t
 \bar{GT}_{mit} generación máxima de la clase térmica
 ET_{it} energía turbinada por el reservorio equivalente del subsistema i en la etapa t
 EF_{it} energía de pasada del subsistema i en la etapa t
 Ω_i conjunto de subsistemas interconectados al subsistema i
 δ_{ik} factor de pérdidas unitarias entre las regiones k e i
 I_{ikl} flujo de energía del subsistema i para k en la etapa t
 \bar{I}_{ikl} flujo máximo entre los subsistemas
 EF_{it} energía de pasada del subsistema i en la etapa t

3.4.3 Requisitos de Energía Eléctrica

Los pronósticos de demanda son presentados con base mensual y deben considerar el mercado de abonados finales, incluyendo las pérdidas de distribución y subtransmisión. Las pérdidas en niveles

de voltaje más elevados se abstraen de la disponibilidad de las centrales y se adicionan a las demandas en las barras de transformación.

3.4.4 Restricciones Financieras

Es posible que un plan de mínimo costo actualizado de construcción y operación sea *infactible* en términos *financieros*, esto es, el cronograma de desembolsos asociado al plan de expansión puede exceder los recursos disponibles en un determinado año o conjunto de años. Este problema se agravó en los últimos años debido a las dificultades económicas en muchos países y al deterioro financiero de las empresas concesionarias.

La infactibilidad financiera de un plan resulta naturalmente en la postergación de obras. Se observa que la aplicación sucesiva de ajustes de este tipo "desoptimiza" el plan de inversiones y solamente se justifica cuando las restricciones financieras son coyunturales, esto es, aparecen de manera imprevisible. En caso de problemas financieros *estructurales*, en los cuales las limitaciones de recursos pueden ser pronosticadas con varios años de anticipación, se debe incorporar las restricciones financieras al proceso de planificación de la expansión. En este caso, es posible que una obra atractiva en términos económicos sea sustituida por otra más cara, pero cuyo perfil de desembolsos sea más adecuado a las disponibilidades de recursos.

La modelación de las restricciones financieras es sencilla; para cada año, la suma de la renta resultante de la venta de energía, recursos de préstamos normales y recursos de préstamos de emergencia debe exceder los requisitos de inversión más los costos operativos promedios:

$$T_t D_t + S_{1t} + S_{2t} \geq \sum_{j=1}^p C_{jt} \left[\sum_{i=1}^I x_{jit} \xi_{jt-t+i} \right] + E(CO_t) \quad \text{para } t = 1, \dots, T$$

donde:

- T_t tarifa unitaria para la etapa t (dato de entrada)
- D_t demanda de energía en la etapa t
- S_{1t} recursos normales aportados por préstamos en la etapa t

S_{2t}	recursos de emergencia aportados en la etapa
j	indexa los proyectos
P	total de proyectos
CT_j	costo total de inversión del proyecto j
x_{jt}	variable que indica la fracción del proyecto j construida en la etapa τ
z_{jt-1+1}	fracción del desembolso del proyecto j (construido en la etapa τ) en la etapa t
$E(CO_t)$	valor esperado del costo de operación en la etapa t

El "costo" de los recursos S_{1t} refleja tasas de oportunidad de la empresa, o tasas de préstamo de bancos multilaterales (BID, BIRF). El total de préstamos está limitado. El "costo" de los recursos de emergencia corresponde a una penalización por la violación de las restricciones financieras. Este costo es en general muy elevado.

3.4.5 Representación de Incertidumbres

3.4.5.1 Mercado

Los pronósticos de mercado de energía eléctrica incorporan un conjunto de incertidumbres, externas al ambiente del Sector Eléctrico, de gran magnitud y de difícil cuantificación.

El primer conjunto de incertidumbres se refiere a las perspectivas de evolución de la economía, no sólo con respecto a las tasas de crecimiento, sino también con respecto a su estructura y a la distribución de las rentas generadas. Las dificultades involucradas en el pronóstico de la evolución del comportamiento de la economía y su consecuente impacto sobre el mercado de energía eléctrica no se deben solamente a factores locales, sino que están también asociadas al cuadro internacional.

Las variaciones en el ambiente económico son de difícil pronóstico y medida y pueden impactar significativamente el mercado de energía eléctrica. Cambios en los niveles esperados de la actividad económica afectan directamente los niveles de consumo de electricidad en el sistema productivo. A su vez, la intensidad

energética varía para cada sector, y la evolución del consumo de energía eléctrica como insumo dependerá también de la evolución relativa de los diferentes sectores.

En cuanto a los pronósticos de consumo residencial de energía eléctrica, ellos varían, dependiendo de fluctuaciones en el comportamiento de la economía, directamente afectadas por la evolución del stock de electrodomésticos, y por la relación entre el precio de la electricidad y la renta disponible de los abonados, o también, en una perspectiva temporal más amplia, por el número de domicilios del país y por la tasa de conexiones.

También, desde el punto de vista económico, algunas incertidumbres en la evolución del consumo de electricidad son consecuencia de la competencia, en diversos segmentos y maneras de uso, entre éste y otros productos energéticos. La evolución de los precios relativos de estos productos, la cual impacta directamente los patrones de consumo de energía, está sujeta a una serie de incertidumbres, destacándose el precio internacional del petróleo.

Factores de naturaleza técnica, ligados al uso de diferentes tecnologías y a la evolución del consumo específico de los diferentes equipos, también pueden variar significativamente, dando margen a un gran rango de variación en las demandas resultantes por energía eléctrica. También factores sociales y comportamentales ligados a la organización del espacio urbano y a los hábitos de la población, particularmente en lo que se refiere a los patrones de uso de electrodomésticos, pueden modificarse, con impactos directos en los niveles de consumo de electricidad.

Se debe destacar la casi imposibilidad de definir una función de probabilidades capaz de representar con precisión los aspectos aleatorios del consumo. A diferencia de otros fenómenos como por ejemplo los hidrológicos, capaces de recibir un tratamiento probabilístico riguroso, en este caso se tiene un nivel de incertidumbres elevado, que todavía no presentan características de regularidad estadística y que se vinculan a una multiplicidad de factores causales.

El tratamiento metodológico de estas incertidumbres queda así condicionado a un enfoque de escenarios, que deben procurar incorporar el espectro de trayectorias más probables, desafortunadamente, sin que se pueda asignar una probabilidad específica a cada caso.

Para estudios de planificación, se puede, entonces, representar las incertidumbres del mercado, por medio de un árbol de trayectorias posibles, en cuyo montaje se debe tener en cuenta de manera distinta, aspectos de corto y de largo plazo. A largo plazo, las trayectorias de evolución del mercado de energía eléctrica son determinadas por los escenarios de desarrollo socioeconómico considerados, donde cada trayectoria está asociada a una ruta alternativa para el país. A corto plazo, predominan los factores coyunturales, relativamente independientes de las posibles trayectorias a largo plazo. Así, se debe examinar en cualquier caso, un rango de variaciones alrededor de cada trayectoria básica.

Se debe destacar que, particularmente en una economía con problemas de desajustes, este cuadro de incertidumbres coyunturales puede ser agravado por cambios de política económica, con la consecuente generación de inestabilidades en el comportamiento del mercado.

3.4.5.2 Caudales

Las secuencias de caudales tienen un papel crítico en los estudios de expansión y operación de sistemas hidrotérmicos. El fenómeno hidrológico puede ser convenientemente modelado por medio de procesos estocásticos, utilizando las informaciones provenientes del registro histórico de caudales. El objetivo de los modelos de caudales sintéticos es obtener el máximo de información posible de los datos históricos. Estos modelos analizan el registro histórico como una realización del proceso estocástico e intentan estimar los parámetros de este proceso. Los modelos de generación de caudales sintéticos son utilizados para suministrar diversas secuencias de caudales igualmente probables. Desafortunadamente, el tamaño de los registros históricos en la mayor parte de los países es en general inferior a 50 años, lo que dificulta la obtención de los parámetros

del proceso estocástico. En este módulo, el proceso estocástico se representa por medio de escenarios compuestos por secuencias de caudales $\{A_t, t=1, \dots, T\}$ asociadas a probabilidades.

3.4.5.3 Costos

La incertidumbre en los costos puede ocurrir tanto en los costos de construcción como en los costos de operación. La incertidumbre en los costos de construcción se refiere en especial a la introducción de nuevas tecnologías de generación y transmisión de energía eléctrica. En este caso, el desarrollo del proyecto puede resultar en diferencias substanciales en relación al presupuesto y cronograma previstos.

En el caso de tecnologías conocidas, la incertidumbre refleja la calidad del proyecto, que puede presentar mayor o menor precisión. Se debe, sin embargo, distinguir el efecto de otras incertidumbres en el costo del proyecto. O sea, alteraciones en la demanda o falta de recursos financieros pueden dilatar el plazo de ejecución del proyecto, resultando, por ejemplo, en el aumento de las inversiones debido a las tasas de interés a lo largo de la construcción y al mayor período de mantenimiento del sitio de obras.

Otra fuente de incertidumbres es la incapacidad en cuantificar a priori las medidas para limitar los impactos ambientales de los proyectos. El establecimiento de medidas reguladoras adecuadas y su incorporación en los proyectos del Sector Eléctrico podrán minimizar estos efectos. Sin embargo, estas medidas serán necesariamente de iniciativa de la sociedad como un todo, cuyo establecimiento no está previsto en plazos compatibles con la necesidad de elaborar los proyectos. Los combustibles utilizados en la generación termoeléctrica, especialmente los derivados de petróleo, son afectados por las variaciones en la coyuntura internacional, por situaciones de escasez de energéticos y por dificultades de suministro. En el caso de termoeléctricas a carbón, los impactos ambientales podrán afectar aspectos ligados a la minería con los consecuentes reflejos en los costos y disponibilidad de combustibles.

3.5 Metodología de Solución

3.5.1 Descomposición de Benders

En esta sección será presentada la metodología de descomposición de Benders para la formulación I presentada en el capítulo 3, así como la extensión de la metodología para problemas estocásticos.

Con el objetivo de simplificar la notación y sin comprometer la validez de la metodología, se considera un único escenario hidrológico. Se reescribe a continuación el problema planteado en la Sección 3.1:

$$\text{Mín: } c x + d y$$

$$\text{sujeto a} \tag{5.1}$$

$$\begin{aligned} A x &\geq b \\ E x + F y &\geq h \\ x &\in \{0,1\}^n \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

donde $c \in \mathbb{R}^n$, $d \in \mathbb{R}^q$, A y b son matrices $m \times n$ y $m \times 1$ respectivamente, E y F son matrices $p \times q$ y $h \in \mathbb{R}^p$.

El vector x representa las variables de construcción; el costo total de construcción es $c x$. Las restricciones con respecto solamente a las variables de construcción son representadas por $A x \geq b$. El vector y representa las variables de operación (volúmenes almacenados, turbinados y vertidos, generación térmica, déficit etc.); el costo total de operación es $d y$. Las restricciones operativas (conservación del agua, atención de la demanda y límites de generación y transmisión) son representadas por $E x + F y \geq h$.

El problema (5.1) es un problema de programación entera mixta. Fijando el vector x en valores discretizados x^* que satisfagan las restricciones $Ax \geq b$, el problema resultante es:

$$\begin{aligned} \text{Min } & dy \\ \text{sujeto a } & \\ & Fy \geq h - Ex \\ & y \geq 0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

El problema (5.2) es un problema de programación lineal. El algoritmo de descomposición de Benders, presentado a continuación, es apropiado para tratar de este tipo de problemas. La idea consiste en: escoger un vector de variables enteras x^* tal que $Ax \geq b$, resolver el problema lineal (5.2) y utilizar información de su solución para determinar una nueva propuesta de construcción que sea "mejor" que la anterior.

La técnica de descomposición de Benders se basa en la observación de que la solución del subproblema (5.2) puede ser considerada como una función de la decisión de inversión x . Así, se define la función w como:

$$\begin{aligned} w(x) = \text{Min } & dy \\ \text{sujeto a } & \\ & Fy \geq h - Ex \\ & y \geq 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

El problema dual asociado al problema de programación lineal (5.3) es:

$$\begin{aligned} \text{Max } & \pi (h - Fx) \\ \text{sujeto a } & \\ & \pi F \leq d \\ & \pi \geq 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

donde π es el vector de multiplicadores simplex correspondientes a las restricciones del problema (5.3).

Sea Π el conjunto de soluciones factibles de (5.4), esto es, $\Pi = \{ \pi \in \mathfrak{R}^r \mid \pi F \leq d \}$. Se observa que el conjunto Π no depende de la decisión de construcción x . Se supone en este trabajo que el problema (5.3) es factible y tiene solución óptima finita. Por lo tanto, el dual (5.4) también es factible y tiene solución óptima finita.

Como el dual (5.4) tiene solución óptima finita, la función objetivo asume el valor máximo en uno de los vértices del politopo Π . Se puede reescribir el problema como:

$$\text{Max.}_{\pi} \{ \pi^i (h - E x) \} \quad (5.5)$$

donde π^i , para $i = 1, \dots, r$ son los puntos extremos del conjunto Π .

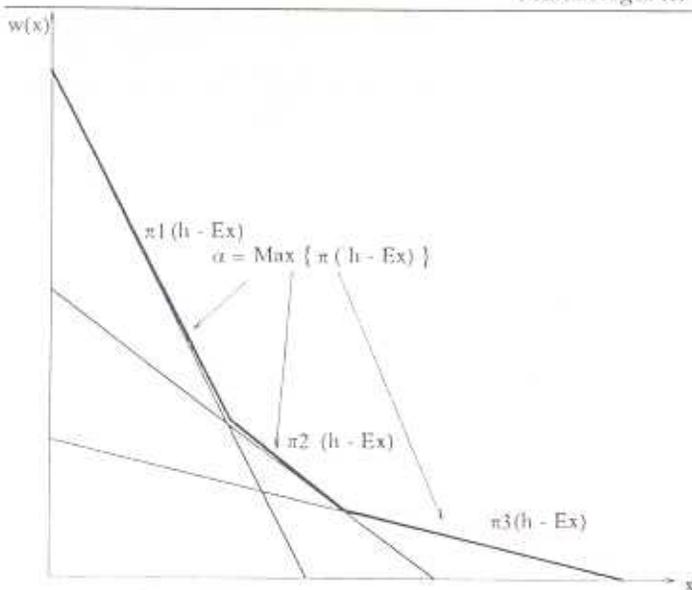
Este problema se plantea de manera equivalente como:

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha \\ \text{sujeto a} \quad & \alpha \geq \pi^i (h - E x) \quad i = 1, \dots, r \end{aligned} \quad (5.6)$$

donde α es una variable escalar. Por la teoría de dualidad de programación lineal, el valor óptimo de la función objetivo del ítem (5.3) es igual al valor óptimo de la función objetivo del problema dual equivalente (5.6). Por lo tanto:

$$\begin{aligned} w(x) = \min \quad & \alpha \\ \text{sujeto a} \quad & \alpha \geq \pi^i (h - E x) \quad i = 1, \dots, r \end{aligned} \quad (5.7)$$

La función $w(x)$ informa sobre las consecuencias de la decisión x en términos de los costos de las variables y . Como se observa en (5.7) el gráfico de la función w es un politopo convexo, esto es, la intersección de un número finito de hiperplanos. Por lo tanto w es una función lineal por partes como se muestra en la figura No. 5.1.

Figura No. 5.1. Gráfico de la función $w(x)$

Si esta función es conocida, el problema original (5.1) se puede resolver sin representar explícitamente las variables y :

$$\begin{aligned} \text{Min } & c x + w(x) \\ \text{sujeto a } & \\ & Ax \geq b \\ & x \in \{0,1\}^n \end{aligned} \quad (5.1)$$

o en la forma equivalente:

$$\begin{aligned} \text{Min } & c x + \alpha \\ \text{sujeto a } & \\ & Ax \geq b \\ & \alpha \geq \pi^i (b - Ex) \quad i = 1, \dots, r \\ & x \in \{0,1\}^n \\ & \alpha \text{ irrestricto} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Se observa también que el número de restricciones del problema (5.9) puede ser muy grande dependiendo del número de vértices de Π . Sin embargo, es posible demostrar que en la solución óptima apenas algunas de las restricciones estarán activas (esto es, atendidas en la igualdad), lo que sugiere el uso de técnicas de relajación.

El algoritmo de descomposición de Benders, presentado a continuación, es una técnica de relajación que consiste en la solución iterativa de los problemas (5.9) y (5.3). A cada iteración, se genera uno de los hiperplanos soportes de la función $w(x)$ - llamados cortes de Benders- hasta alcanzar la precisión deseada.

3.5.2 Algoritmo de Descomposición de Benders

El algoritmo de descomposición de Benders consiste en los siguientes pasos:

- Inicialice: número de iteraciones, $K=0$; límite superior, $\bar{z} = +\infty$
- Resuelva el problema (problema principal):

$$\begin{aligned}
 z = \text{Min } & c x + \alpha \\
 \text{sujeito a } & \\
 & Ax \geq b \\
 & \alpha \geq \pi^k (b - E x) \quad k = 1, \dots, K \\
 & x \in \{0, 1\}^n, \alpha \in \mathcal{R}
 \end{aligned} \tag{5.10}$$

- Sea $\{x_{k+1}^*, \alpha_{k+1}^*\}$ la solución óptima de (5.10). Calcule el límite inferior \underline{z} :

$$\underline{z} = c x_{k+1}^* + \alpha_{k+1}^*$$

- Haga $K \leftarrow K + 1$ y resuelva el subproblema:

$$\begin{aligned}
 w(x_i^*) &= \text{Min } dy \\
 \text{sujeto a} & \\
 & Fy \geq h - Ex \\
 & y \geq 0
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

e. Sea y_i^* la solución óptima de (5.11). Calcule el límite superior \bar{z} :

$$\bar{z} = \min \{ \bar{z} : cx_i^* + dy_i^* \} \tag{5.12}$$

f. Si $\bar{z} - z$ es menor que una tolerancia dada, el problema está resuelto; la solución asociada a \bar{z} es la solución óptima.

En caso contrario, genere un nuevo hiperplano soporte de la función $w(x)$.

$$\alpha \geq \pi^K (h - Ex) \tag{5.13}$$

donde π^K es el vector de multiplicadores simplex del problema (5.11); regrese al paso 2.

El algoritmo de Benders es muy conveniente para problemas que involucran procesos de decisión secuenciales. Las informaciones sobre las consecuencias de una decisión dada x en términos de costo de las variables y se obtienen a partir de la solución del problema (5.11) y se utilizan para determinar una nueva propuesta x .

Para verificar que \bar{z} y z , como fueron definidos en el algoritmo, son respectivamente el límite superior e inferior del valor óptimo de la función objetivo del problema original basta observar que, por ser (5.10) una relajación del problema original en la forma equivalente (5.9), el valor óptimo de la función objetivo z es un límite inferior del valor óptimo del problema original. Por otro lado, a cada iteración, el par $(x_i^* ; y_i^*)$ satisface:

$$\begin{aligned}
 Ax_i^* &\geq b \\
 Ex_i^* + Fy_i^* &\geq h
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

pues x_i^* y y_i^* son soluciones de los problemas (5.10) y (5.11) respectivamente. Así, el par $(x_i^* ; y_i^*)$ es una solución factible del problema original (5.1) y por lo tanto:

$$\bar{z} = c x_i^* + d y_i^* \quad (5.15)$$

es un límite superior para el valor óptimo de la función objetivo del problema original.

Este es un aspecto atractivo del algoritmo: suministra a cada iteración un límite inferior y un límite superior del valor óptimo de la función objetivo, que convergen para este valor cuando se obtiene la optimalidad. Cada límite superior está asociado a una solución factible. Por lo tanto, la mejor de estas soluciones factibles puede ser escogida como solución del problema cuando el algoritmo converge con una tolerancia dada, obteniendo así una solución tan cercana de la solución óptima como se quiera.

Se presenta a continuación una expresión alternativa para el corte de Benders, en función de la solución del problema (5.11). Se observa que para una decisión dada de inversión x^* , cuando se resuelve el subproblema (5.3), se tiene a partir de la igualdad de las soluciones primal y dual:

$$w(x^*) = \pi^* (h - E x^*) \quad (5.16)$$

donde π^* es el vértice de Π para el cual el dual de (5.11) alcanza el máximo.

De esta relación se puede deducir lo siguiente:

$$\pi^* h = w(x^*) + \pi^* E x^* \quad (5.17)$$

Así, el corte de Benders:

$$\alpha \geq \pi^* (h - E x) \quad (5.18)$$

se escribe de forma equivalente como:

$$\alpha \geq w(x^*) + \pi^* E (x^* - x) \quad (5.19)$$

que es la notación adoptada en este trabajo.

La expresión (5.19) puede ser derivada de forma alternativa a partir de la siguiente observación. Considere la función:

$$H(x) = h - Ex \quad (5.20)$$

que define el lado derecho de las restricciones del problema (5.11). Si π^* es el vector de variables duales asociado a la solución óptima de este problema, entonces se sabe que:

$$\left. \frac{\partial w(x)}{\partial x} \right|_{x=x^*} = \pi^* \quad (5.21)$$

Utilizando la regla de la cadena, se deduce la derivada de $w(x)$ con respecto a x :

$$\left. \frac{\partial w(x)}{\partial x} \right|_{x=x^*} = \left(\frac{\partial w(x)}{\partial x} \right)_x \left. \frac{\partial H(x)}{\partial x} \right|_{x=x^*} = -\pi^* E \quad (5.22)$$

Como se ve en la figura 5.1, la función w es una función lineal por partes. Un subgradiente en el punto $x = x^*$ es $-\pi^* E$, que satisface:

$$w(x) \geq w(x^*) + (-\pi^* E) (x^* - x) \quad (5.23)$$

o, denotando $\alpha = w(x)$,

$$\alpha \geq w(x^*) + (-\pi^* E) (x^* - x) \quad (5.24)$$

que es la expresión del corte de Benders.

Se nota que la metodología de descomposición de Benders puede ser aplicada a problemas más generales. Por ejemplo, esta metodología puede resolver cualquier problema de programación convexa en la cual las variables pueden ser descompuestas en dos subconjuntos de tal forma que, fijados los valores de las variables

en uno de los subconjuntos, el problema resultante tiene una estructura particular o tiene una solución más sencilla.

Para el caso del problema de planificación de la expansión (5.1), el proceso de solución está ilustrado en la figura No. 5.2.

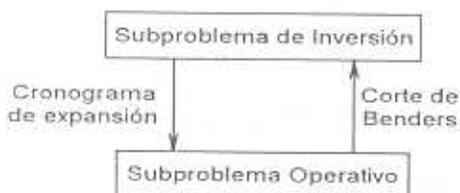


Figura No.5.2 Esquema de descomposición para la formulación determinística

3.5.3 Extensión del Algoritmo para Problemas Estocásticos

El algoritmo de Benders también es capaz de tratar problemas estocásticos como (3.1), en los cuales la solución del subproblema (5.2) depende de la realización de variables aleatorias. Estos problemas pueden ser formulados de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 z = & \text{Min } c x + p_1 d_1 y_1 + p_2 d_2 y_2 + \dots + p_n d_n y_n \\
 & \text{sujeto a} \\
 & A x \geq b \\
 & E_1 x + F_1 y_1 \geq h_1 \\
 & E_2 x + F_2 y_2 \geq h_2 \\
 & \dots \\
 & E_n x + F_n y_n \geq h_n
 \end{aligned} \tag{5.25}$$

$$x \text{ entero; } y_1 \geq 0; y_2 \geq 0; \dots y_n \geq 0$$

donde (E, F, h, d) son variables aleatorias discretas y p_j es la probabilidad asociada al evento (E_j, F_j, h_j, d_j) para todo $j = 1, \dots, n$.

En este caso, el problema se descompone en un problema principal y en n subproblemas. Dada una solución del problema principal x^k , cada subproblema j consiste en determinar:

$$w_j(x^k) = \begin{array}{l} \text{Min } d_j y_j \\ \text{sujeto a} \\ E_j y_j \geq h_j - E_j x^k \\ y_j \geq 0 \end{array} \quad (5.26)$$

Existen dos opciones para tratar estos problemas estocásticos. La primera consiste en construir un único corte de Benders a partir de los valores esperados de los multiplicadores duales y de los valores de las funciones objetivo de cada subproblema. En este caso, el problema principal en la K -ésima iteración es:

$$z = \begin{array}{l} \text{Min } c x + \bar{\alpha} \\ \text{sujeto a} \\ A x \geq b \end{array} \quad (5.27)$$

$$\bar{\alpha} \geq \bar{w}(x^k) + \left(\sum_{j=1}^n p_j \pi^{k,j} E_j \right) (x^k - x) \quad k = 1, \dots, K$$

donde $\bar{\alpha}$ es el valor esperado del costo de operación, y

$$\bar{w}(x^k) = \sum_{j=1}^n p_j w_j(x^k) \quad (5.28)$$

Otra alternativa es agregar al problema principal n cortes a cada iteración, uno para cada subproblema, e incorporar en la función objetivo n variables α_j , aproximaciones del costo de operación para cada escenario posible. Así, el problema principal en la K -ésima iteración resulta:

$$z = \begin{array}{l} \text{Min } c x + \sum_{j=1}^n p_j \alpha_j \\ \text{sujeto a} \\ A x \geq b \\ \alpha_j \geq w_j(x^k) + \pi^{k,j} E_j (x^k - x) \quad j = 1, \dots, n; k = 1, \dots, K \end{array} \quad (5.29)$$

En este trabajo se optó por la primera formulación, esto es, por la construcción de un corte promedio por iteración.

El problema de planificación de la expansión cuyo objetivo es determinar un cronograma de obras que minimice la suma de los costos de inversión con el valor esperado del costo de operación puede ser formulado como en (5.25). El esquema de descomposición para esta formulación se presenta en la figura No. 5.3.

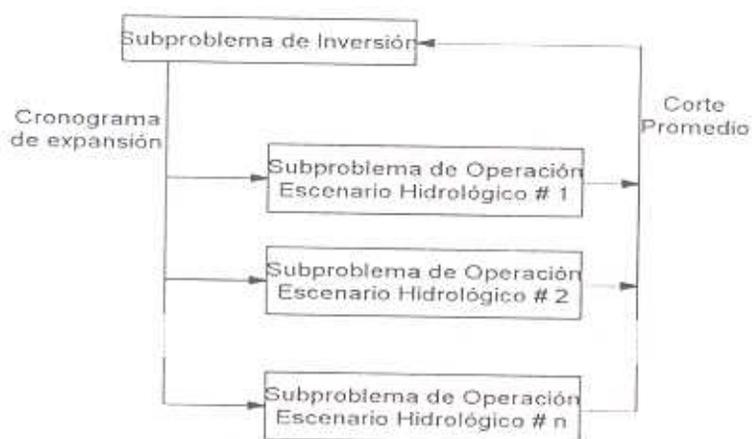


Figura No. 5.3 Esquema de descomposición

3.6 Extensiones de la Metodología

En este capítulo se presenta la extensión de la metodología de descomposición de Benders para formulaciones del tipo (3.2) y (3.3), donde el objetivo es determinar una estrategia óptima de expansión. A continuación se plantea el problema de inversión tanto para el criterio de minimización del valor esperado como para el criterio minimax. Finalmente, se presentan las características del subproblema de operación: el modelo agregado utilizado en la representación del sistema, su formulación, el algoritmo de solución y la obtención de los cortes.

3.6.1 Extensión de la Metodología para Estrategias de Expansión

El algoritmo de descomposición de Benders se extiende de manera natural para la solución de los problemas formulados en (3.2) y (3.3) donde el objetivo es determinar una estrategia de expansión y no un cronograma de expansión.

Para fines ilustrativos se considera un estudio de expansión para un horizonte de 3 años donde las incertidumbres, por ejemplo de mercado, están ilustradas en la Figura No. 6.1.

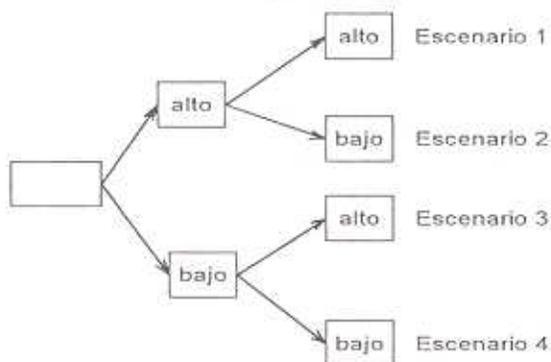


Figura No. 6.1 Representación de las incertidumbres de mercado.

Los escenarios de mercado se definen por medio de diversas secuencias de crecimiento del mercado. La estrategia de expansión asociada a estas incertidumbres puede ser representada por un árbol de decisiones, como muestra la Figura No. 6.2. En la Figura, a cada nodo i se asocia un pronóstico de mercado y un vector de variables de decisión x_i , correspondientes a la construcción de proyectos de expansión en esta etapa. Se observa que el vector de decisiones x_1 asociado al nodo 1 es el mismo para todos los escenarios.

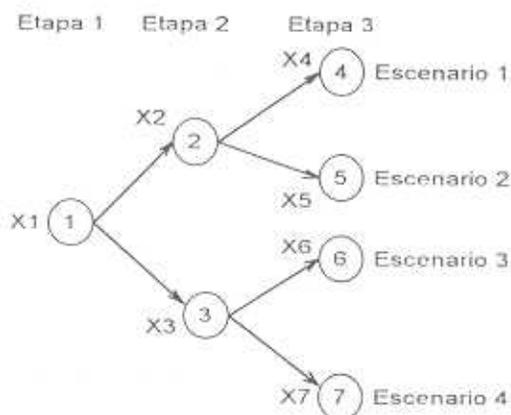


Figura No. 6.2 Arbol de Decisiones

El proceso de descomposición propuesto para este problema se ilustra en la Figura No. 6.3. Obsérvese que la aleatoriedad de los caudales se tiene en cuenta considerando n series hidrológicas cada una con probabilidad de ocurrencia p_j .

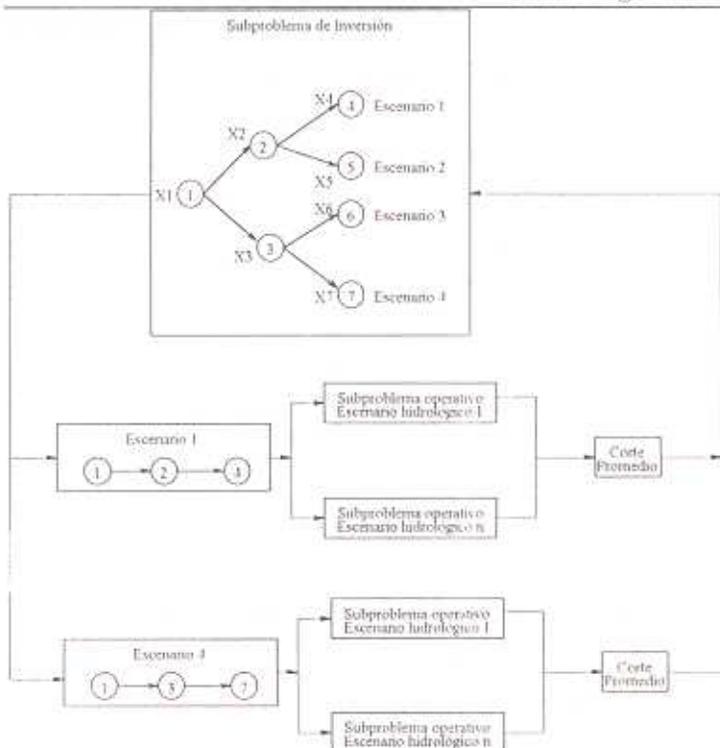


Figura No. 6.3 Esquema de descomposición para estrategia de expansión

3.6.2 Problema Maestro

3.6.2.1 Minimización del Valor Esperado

Considerando como ejemplo el mismo problema de planificación de 3 etapas de la Sección 6.1, el subproblema de inversión cuando el objetivo es minimizar el valor esperado de los costos totales de construcción y operación se formula como:

$$\text{Min } c_1 x_1 + 0.5 c_2 (x_2 + x_3) + 0.25 c_3 (x_4 + x_5 + x_6 + x_7) + \alpha \quad (6.1.a)$$

sujeto a

$$Ax_i \geq b_i \quad i = 1, \dots, 7 \quad (6.1.b)$$

$$\alpha \geq \alpha_k + \left(\sum_{j=1}^7 \lambda_j^k \right) (x_j^k - x_j) \quad k = 1, \dots, \quad (6.1.c)$$

donde α es una aproximación del valor esperado del costo de operación. Las restricciones (6.1.b) se refieren únicamente a las variables de decisión (restricciones de unicidad de construcción, restricciones financieras etc.). Las restricciones (6.1.c) representan los cortes de Benders, siendo que se adiciona un corte a cada iteración del proceso iterativo ilustrado en la figura No. 6.3. La constante α_k es el costo promedio de operación obtenido en la k -ésima iteración y λ_j^k es el vector de los valores esperados de las derivadas del costo de operación promedio con respecto al vector de variables de decisión x_j en la k -ésima iteración.

3.6.2.2 Criterio Minimax

En el caso de que el objetivo es minimizar el máximo arrepentimiento, el subproblema resulta:

$$\text{Min } z \quad (6.2)$$

sujeto a

$$z \geq cx^h + \alpha_h - w_h \quad h = 1, \dots, L$$

$$\alpha_h \geq \alpha_{kh} + \lambda_{kh} (x^{kh} - x^h) \quad h = 1, \dots, L, k = 1, \dots, K$$

$$Ax \geq b$$

donde:

 h indexa los escenarios α_h aproximación del valor esperado del costo de operación para el escenario h x^h vector de variables de decisión asociadas al escenario h k indexa las iteraciones x^{kh} cronograma de expansión para el escenario h encontrado en la iteración k .

λ^{kh} derivadas del costo de operación promedio con respecto a las variables de decisión asociadas al escenario h en la iteración k

w_h costo óptimo para el problema determinístico asociado al escenario h .

$$w_h = \text{Min } cx^h + dy^h$$

(6.3)

sujeto a

$$Ax^h \geq b$$

$$Ex^h + Fy^h \geq h$$

3.6.2.3 Límites en el Arrepentimiento y Pesos por Escenario

La formulación (6.2) considera que todos los escenarios son igualmente "probables". Si esta hipótesis no es adecuada, el usuario puede establecer tanto *límites máximos de arrepentimiento* como *pesos* para cada escenario. Por ejemplo, el problema Minimax con límites de arrepentimiento en el escenario 1 se plantea como:

$$\text{Min } z$$

(6.2A)

sujeto a

$$z_1 \geq cx^1 + \alpha_1 - w_1$$

$$z_2 \geq cx^h + \alpha_h - w_h \quad h = 2, \dots, L$$

$$z \geq z_1$$

$$z \geq z_2$$

$$z_1 \leq \bar{z}_1$$

$$\alpha_h \geq \alpha_{kh} + \lambda^{kh} (x^{kh} - x^h) \quad h = 1, \dots, J, \quad k = 1, \dots, K$$

$$Ax \geq b$$

donde \bar{z}_1 es el límite máximo de arrepentimiento para el escenario 1. En el programa, este límite se representa como un porcentaje del valor de referencia w_1 , calculado en la optimización determinística.

A su vez, el problema Minimax con pesos en los escenarios se plantea como:

$$\text{Min } z$$

sujeto a (6.2B)

$$\begin{aligned} \frac{I}{P_h} z &\geq c x^h + \alpha_h - w_h & h = 1, \dots, L \\ \alpha_h &\geq \alpha_{kh} + \lambda^{kh} (x^{kh} - x^h) & h = 1, \dots, L, k = 1, \dots, K \\ Ax &\geq b \end{aligned}$$

donde p_h es el peso de cada escenario. Este peso debe ser mayor para los escenarios más probables.

3.6.2.4 Algoritmo de Solución

El problema maestro es un problema de programación entera mixta multi-etapa, que suministra una estrategia tentativa de inversión para todo el período de planeamiento, a cada iteración. Este subproblema se resuelve por medio de un paquete comercial que utiliza una técnica convencional de solución (Branch & Bound). Con el objetivo de obtener una solución aproximada con un esfuerzo computacional más reducido, es posible considerar la relajación lineal para este subproblema.

3.7 Subproblema de Operación - Modelo Agregado

Como se mostró en la Figura No. 6.3, a cada escenario de mercado h está asociado un cronograma de expansión (rama del árbol correspondiente al escenario h). Para cada una de las propuestas de cronograma de obras es necesario resolver un subproblema de operación para cada serie hidrológica considerada, con el fin de determinar el valor promedio del costo de operación. Mientras que en el subproblema de inversión las centrales y líneas de interconexión son representados individualmente. Se puede optar por una representación agregada del sistema generador, con el objetivo de reducir el esfuerzo computacional.

3.7.1 Agregación

Los componentes del vector x son representados por x_{jt} , tales que:

$$x_{jt} = \begin{cases} = 1 & \text{si el proyecto } j \text{ se construye en la etapa } t \\ = 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Se define σ_{jt} como:

$$\sigma_{jt} = \sum_{\tau=1}^t x_{j\tau} \quad (7.1)$$

$$\sigma_{jt} = \begin{cases} = 1 & \text{si el proyecto } j \text{ está construido en la etapa } t \\ = 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

En una formulación lineal, x_{jt} indica la fracción de la planta j que ha sido construida en la etapa t .

Las funciones de energía almacenable, turbinable y controlable máxima y la energía de pasada dependen del plan de expansión suministrado por el módulo de inversión y pueden ser escritas como:

$$\overline{EA}(x) = \sum_{j \in R_i} \{ \sigma_{jt} V_{i,j} (\sum_{k \in J_j} \sigma_{kt} \rho_k + \rho_j) \} \quad (7.2)$$

$$\overline{EC}_a(x) = \sum_{j \in R_i} [AN_{jt} \sigma_{jt} \{ \rho_j + \sum_{h \in S_j} \prod_{k \in J_h} (1 - \sigma_{kt}) \} \sigma_{ht} \rho_h] \quad (7.3)$$

$$EF_{it} = \sum_{j \in F_i} \sigma_{jt} \rho_j [AN_{jt} - \sum_{h \in T_j} \prod_{k \in J_h} (1 - \sigma_{kt}) \sigma_{ht} AN_{ht}] \quad (7.4)$$

donde:

- i indexa la región
- t indexa la etapa de operación
- R_i conjunto de embalses de la región i
- J_j conjunto de centrales aguas abajo de j
- C_i conjunto de centrales (con embalse o de pasada) de la región i

- S_j conjunto de centrales de pasada aguas abajo de j
 $J_{i,h}$ conjunto de embalses aguas abajo de j hasta la central h
 F_i conjunto de centrales de pasada de la región i
 T_j conjunto de embalses aguas arriba de j

Estas expresiones corresponden a las fórmulas de agregación descritas en 3.4.1.3.

3.7.2 Formulación del Subproblema de Operación

El objetivo del sub-módulo de operación es minimizar el valor esperado del costo de operación para un plan dado de expansión suministrado por el módulo de inversión. El sub-problema de operación se plantea como

$$z = \text{Min} \sum_{t=1}^S \sum_{i=1}^T \beta_t \sum_{h \in G_i} c_{hi} GT_{hit} \quad (7.5a)$$

sujeto a

$$EA_{i,t+1} = \gamma_{it}(x) EA_{it} + EC_{it} - ET_{it} \quad (7.5b)$$

$$ET_{it} + \sum_{h \in G_i} GT_{hit} + \sum_{k \in \Omega_i} + EF_{it} = D_{it} \quad (7.5c)$$

$$EA_{i,t+1} \leq \overline{EA}_{i,t+1}(x) \quad (7.5d)$$

$$EC_{it} \leq \overline{EC}_{it}(x) \quad (7.5e)$$

$$0 \leq I_{ikt} \leq \overline{I}_{ikt} \quad (7.5f)$$

$$0 \leq GT_{hit} \leq \overline{GT}_{hit} \quad (7.5g)$$

donde:

- S total de subsistemas
 T horizonte de planificación (en etapas de operación)
 β_t tasa de actualización
 G_i conjunto de clases térmicas para el i -ésimo subsistema
 c_{hi} costo incremental de operación de la clase térmica h del subsistema i

GT_{hit}	generación de la clase térmica h del subsistema i en la etapa t
EA_{it}	energía almacenada en el subsistema i en la etapa t
$\gamma_{it}(x)$	actualización de la energía almacenada por la inclusión de centrales en $t+1$
EC_{it}	energía controlable afluente al subsistema i en la etapa t
ET_{it}	energía turbinada por el embalse equivalente del subsistema i en la etapa t
Ω_i	conjunto de subsistemas interconectados al subsistema i
d_{ik}	factor de pérdidas unitarias entre las regiones k e i
I_{ikt}	flujo de energía del subsistema i para el subsistema k en la etapa t
EF_{it}	energía de pasada del subsistema i en la etapa t
D_{it}	demanda neta (incluidas las pérdidas) en el subsistema i en la etapa t
x	vector de variables de decisión de inversión del problema maestro

El factor $\gamma_{it}(x)$ corresponde a la ganancia de energía almacenada debido a la incorporación de centrales en la configuración en la etapa $t+1$ y está dado por:

$$\begin{aligned} \gamma_{it}(x) &= \frac{\overline{EA}_{it}(x) + \Delta \overline{EA}_{it+1}(x)}{\overline{EA}_{it}(x)} & (7.6) \\ &= 1 + \frac{\sum_{j \in P_i} X_{j,t+1} \rho_j}{\overline{EA}_{it}(x)} \frac{\sum_{k \in T_i} \sigma_{kt} \bar{V}_{kt}}{\overline{EA}_{it}(x)} \end{aligned}$$

donde:

P_i	conjunto de proyectos candidatos de la región i
T_j	conjunto de embalses aguas arriba de j

La capacidad máxima de intercambio entre la región i y la región k en la etapa t está dada por:

$$\bar{I}_{ikt}(x) = \sum_{h \in L_{ik}} \sigma_{ht} \bar{I}_h$$

donde:

L_{ik} escalones de intercambio (existentes y proyectos) entre la región i y k

\bar{I}_h capacidad máxima del escalón h

3.7.3 Algoritmo de Solución

El problema planteado arriba se resuelve con un algoritmo de flujo de costo mínimo en redes capacitadas con ganancia. Una red está compuesta por un conjunto de nodos y un conjunto de pares ordenados de nodos (arcos). A cada arco están asociadas las siguientes magnitudes:

- el costo incremental
- los límites mínimo y máximo de flujo en el arco
- la ganancia, factor que multiplica el flujo que pasa por el arco

En la estructura en redes utilizada para la modelación del problema de operación, cada subsistema i está representado por dos nodos:

- R_{it} - embalse agregado
- D_{it} - demanda

La ecuación de conservación de energía está representada por la ecuación de conservación de flujo en el nodo R_{it} y la ecuación de suministro a la demanda corresponde a la conservación de flujos en el nodo D_{it} . La energía de pasada es sustraída del mercado hasta en el máximo anularlo, siendo el valor resultante la demanda del subsistema i en la etapa t , cuyo suministro está garantizado por la existencia de una térmica ficticia de capacidad de generación infinita que asume el eventual déficit. La interconexión entre un subsistema j y el subsistema i es representada por un arco cuyo flujo puede ser positivo o negativo, dependiendo de quien es el subsistema suministrador. El límite mínimo de flujo en este arco es $-\bar{I}_{ij}$ y la capacidad máxima es \bar{I}_{ji} . En la figura No. 7.1 se

muestra la red utilizada para representar la operación de un sistema a lo largo de dos etapas.

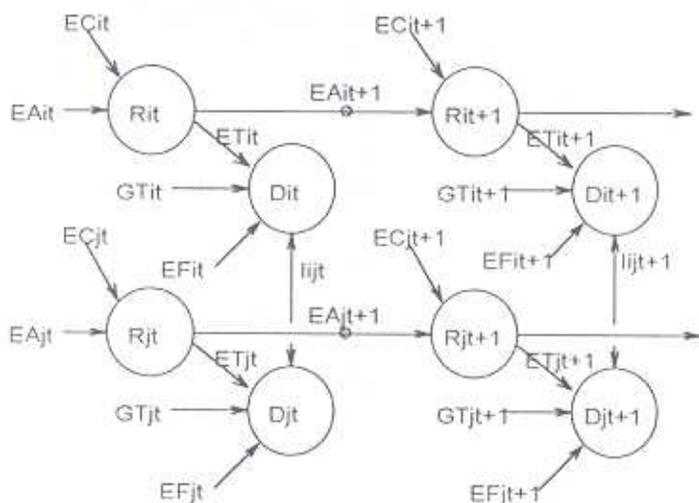


Figura No. 7.1 Estructura de red para el problema de operación

La capacidad máxima de generación de la clase térmica h del subsistema i en la etapa t está dada por:

$$\overline{GT}_{hit} = \sum_{h \in C_{hi}} \sigma_{jt} \overline{GT}_j$$

donde

C_{hi} plantas (existentes y proyectos) de la clase térmica h en la región i

\overline{GT}_j G_{sTj} capacidad máxima de generación de la planta térmica j

Todos los arcos tienen ganancia igual a 1, con excepción de los arcos que representan la energía almacenada $EA_{i,t}$, cuya ganancia es igual a $\gamma_{it}(x)$, como fue definido en la expresión (7.6). Esta

ganancia representa el coeficiente de la energía almacenada $E A_{i,j}$, en la ecuación de conservación de energía (7.5b).

El problema así formulado consiste en determinar un flujo tal que las capacidades de los arcos y las ecuaciones de conservación de flujo en cada nodo sean atendidas y el costo total sea mínimo. La característica de esta formulación es permitir la utilización de algoritmos especializados muy eficientes.

3.7.4 Obtención del Corte de Benders

Como se mostró en el capítulo 3.5, el subproblema de operación formulado en (5.2) puede ser visto como una función de la decisión de inversión x , el cual puede ser formulado de manera simplificada como:

$$\alpha(x^k) = \text{Min } d y \quad (7.7)$$

sujeto a

$$F(x^k) y \geq h - E x^k$$

$$y \geq 0$$

El corte de Benders se obtiene usando una aproximación lineal de la función convexa $\alpha(x)$ alrededor del punto $x = x^k$, a partir de la expansión de Taylor. Así:

$$\alpha(x) \geq \alpha(x^k) + \left. \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \right|_{x=x^k} (x - x^k)$$

La derivada de $\alpha(x)$ con respecto a x en el punto $x = x^k$ está dada por:

$$\left. \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \right|_{x=x^k} = \left(\frac{\partial \alpha(x)}{\partial H(x)} \frac{\partial H(x)}{\partial x} + \frac{\partial \alpha(x)}{\partial F(x)} \frac{\partial F(x)}{\partial x} \right) \Bigg|_{x=x^k}$$

siendo $H(x) = h - E x$, el lado derecho de las restricciones del problema (7.7)

Utilizando los conceptos de programación lineal, se sabe que la derivada de la función objetivo con respecto al lado derecho de las restricciones está dada por π^k , el vector de variables duales asociados a la solución óptima. Así

$$\frac{\partial \alpha(x)}{\partial H(x)} \Big|_{x=x^k} = \pi^k$$

Por otro lado, se puede probar que:

$$\frac{\partial \alpha(x)}{\partial F(x)} \Big|_{x=x^k} = -\pi^k y^k$$

donde y^k es la solución óptima de (7.7) para $x = x^k$.

Por lo tanto:

$$\frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \Big|_{x=x^k} = \pi^k \frac{\partial H(x)}{\partial x} \Big|_{x=x^k} - \pi^k y^k \frac{\partial F(x)}{\partial x} \Big|_{x=x^k}$$

El cálculo de las derivadas $\frac{\partial H(x)}{\partial x}$ y $\frac{\partial F(x)}{\partial x}$ para el problema formulado en el ítem 3.7.2 será mostrado a continuación.

Considerando la extensión de la función α en el dominio de los reales, y de acuerdo con lo visto anteriormente, el corte de Benders puede ser expresado como:

$$\alpha(x) \geq \alpha(x^k) + \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \Big|_{x=x^k} (x - x^k)$$

Como ha sido visto, la derivada parcial de α con respecto a x es función de la derivada del lado derecho de las restricciones y la otra es función de la derivada de los coeficientes $\gamma_{ij}(x)$ que actualizan la

energía almacenada en función de refuerzos en la configuración. De esta forma:

$$\frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \Big|_{x=x^k} = \left(\frac{\partial \alpha(x)}{\partial \gamma(x)} \frac{\partial \gamma(x)}{\partial x} + \sum_{k=1}^5 \frac{\partial \alpha(x)}{\partial H^k(x)} \frac{\partial H^k(x)}{\partial x} \right) \Big|_{x=x^k}$$

donde $H^k(x)$ es la función lado derecho de las ecuaciones (7.5.c-g) para $k = 1, \dots, 5$ respectivamente.

A continuación será deducida la derivada parcial debido a la función γ que aparece en la ecuación (7.6). Observando la expresión de la ganancia como fue definida en (7.6) constátase que la variable x_{jt} participa de la expresión de γ_{it} para $\tau = t-1, t, \dots, T$, y como

$$\frac{\partial \alpha(x)}{\partial \gamma_{it}(x)} = - \pi_{it}^0 E A_{it}$$

donde π_{it}^0 es la variable dual asociada a la ecuación de conservación de energía para la región i en la etapa t . La derivada parcial de α con respecto a x_{jt} debido al factor de ganancia es:

$$\sum_{\tau=t-1}^T \frac{\partial \alpha(x)}{\partial \gamma_{it}(x)} \frac{\partial \gamma_{it}(x)}{\partial x_{jt}} = - \pi_{it}^0 E A_{it-1} \frac{\partial \gamma_{it-1}(x)}{\partial x_{jt}} - \sum_{\tau=t}^T \pi_{it}^0 E A_{it} \frac{\partial \gamma_{it}(x)}{\partial x_{jt}} \quad (7.8)$$

donde:

$$\frac{\partial \gamma_{it-1}(x)}{\partial x_{jt}} = \frac{\rho_j \sum_{k \in T_j} \sigma_{kt-1} \bar{I}^k}{E A_{it-1}(x)}$$

$$\frac{\partial \gamma_{it}(x)}{\partial x_{jt}} = \frac{\bar{E} \bar{\lambda}_{it}(x) \sum_{p \in P_i} x_{pt} \rho_p \bar{I}^p - \bar{E} \bar{\lambda}_{it}(x) \frac{\partial E A_{it}(x)}{\partial x_{jt}}}{[\bar{E} \bar{\lambda}_{it}(x)]^2} \quad \text{para } t=t, \dots, T$$

Considere ahora la derivada parcial de α debido a $H_{it}^1(x) = D_{it} - EF_{it}(x)$, el lado derecho de la ecuación de suministro a la demanda. Por la expresión de $EF_{it}(x)$ dada en (7.4) se constata que la variable x_{jt} participa en la energía de pasada para $\tau = t, \dots, T$. Por lo tanto, la derivada parcial de α con respecto a x_{jt} debido a $H_{it}^1(x)$ es dada por:

$$\sum_{\tau=t}^T \frac{\partial \alpha(x)}{\partial H_{it}^1(x)} \frac{\partial H_{it}^1(x)}{\partial x_{jt}} = \sum_{\tau=t}^T \pi_{it}^1 \frac{\partial EF_{it}(x)}{\partial x_{jt}} \quad (7.9)$$

donde π_{it}^1 es la variable dual asociada a la restricción de suministro a la demanda en la región i en la etapa τ .

Por lo tanto, si j es un embalse

$$\frac{\partial EF_{it}(x)}{\partial x_{jt}} = - \sum_{k \in \tau_j} \sigma_{kt} \rho_k \left[\prod_{l \in J_k} (1 - \sigma_{lt}) \right] AN_{jt} \prod_{l \in \tau_j, m \in J_l} (1 - \sigma_{ml}) \sigma_{lt} AN_{lt}$$

donde J_j es el conjunto de centrales de pasada aguas abajo de j .

Si j es una central de pasada:

$$\frac{\partial EF_{it}(x)}{\partial x_{jt}} = - \rho_k AN_{jt} - \sum_{l \in \tau_j} \prod_{m \in J_l} (1 - \sigma_{ml}) \sigma_{lt} AN_{lt}$$

La derivada parcial de α con respecto a x_{jt} debida a $H_{it}^2(x) = \bar{E}A_{it}(x)$, el lado derecho de la restricción de límite de energía almacenada es:

$$\sum_{\tau=t}^T \frac{\partial \alpha(x)}{\partial H_{it}^2(x)} \frac{\partial H_{it}^2(x)}{\partial x_{jt}} = \sum_{\tau=t}^T \pi_{it}^2 \frac{\partial \bar{E}A_{it}(x)}{\partial x_{jt}} \quad (7.10)$$

donde π_{it}^2 es la variable dual asociada a la restricción de la energía almacenada en la región i en la etapa τ , y

$$\bar{V}_j \left(\sum_{k \in J_j} \sigma_{kt} \rho_k \right) + \rho_j \sum_{k \in J_j} \sigma_{kt} \bar{V}_k \quad \text{si } j \in R_i$$

$$\frac{\partial \bar{E}_{it}(x)}{\partial x_{jt}} = \rho_j \sum_{k \in J_j} \sigma_{kt} \bar{V}_k \quad \text{si } j \text{ es una central de pasada}$$

La derivada parcial de α con respecto a x_{jt} debido a $H_{it}^3(x) = \bar{E}_{it}(x)$ (lado derecho de la restricción de límite de energía controlable) en la región i y en la etapa t es dada por:

$$\sum_{\tau=t}^T \frac{\partial \alpha(x)}{\partial H_{it}^3(x)} \frac{\partial H_{it}^3(x)}{\partial x_{jt}} = \sum_{\tau=t}^T \pi_{it}^3 \frac{\partial \bar{E}_{it}(x)}{\partial x_{jt}} \quad (7.11)$$

donde π_{it}^3 es la variable dual asociada a esta restricción en la etapa τ .

Por lo tanto, si j es una central con embalse,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{E}_{it}(x)}{\partial x_{jt}} = & AN_{jt}[\rho_j + \sum_{h \in S_j} \prod_{k \in J_h} (1 - \sigma_{kt}) |\sigma_{ht} \rho_h| \cdot \sum_{m \in T_j} \sigma_{mt} AN_{mt} \\ & \times \sum_{h \in S_j} \prod_{k \in J_h} (1 - \sigma_{kt}) |\sigma_{ht} \rho_h| \end{aligned}$$

Si j es una central de pasada:

$$\frac{\partial \overline{EC}_j(x)}{\partial x_{jt}} = \sum_{m \in T_j} \sigma_{mt} AN_{mt} \left[\prod_{k \in J_m} (1 - \sigma_{kt}) \right] \rho_j$$

Para las restricciones de límite para el intercambio entre regiones, se define

$$H_{ikt}^4(x) = \overline{I}_{ikt}(x)$$

y su contribución para las derivadas es:

$$\sum_{\tau=t}^T \frac{\partial \alpha(x)}{\partial H_{ikt}^4(x)} \frac{\partial H_{ikt}^4(x)}{\partial x_{jt}} = \sum_{\tau=t}^T \pi_{ikt}^4 \frac{\partial \overline{I}_{ikt}(x)}{\partial x_{jt}} \quad (7.12)$$

donde π_{ikt}^4 es la variable dual de la restricción de límite superior en el intercambio entre la región i y la región k , para $k \in \Omega_j$, para la etapa τ y la derivada es:

$$\frac{\partial \overline{I}_{ikt}(x)}{\partial x_{jt}} = \overline{I}_j$$

donde j es un escalón de intercambio entre los subsistemas i e k .

Finalmente, para el cálculo de la derivada parcial de α con respecto a x_{jt} debido a las restricciones de límite en la capacidad de generación térmica se define

$$H_{hit}^5(x) = \overline{GT}_{hit}(x)$$

y su contribución en la derivada de α con respecto a x_{jt} es:

$$\sum_{\tau=t}^T \frac{\partial \alpha(x)}{\partial H_{hit}^5(x)} \frac{\partial H_{hit}^5(x)}{\partial x_{jt}} = \sum_{\tau=t}^T \pi_{hit}^5 \frac{\partial \overline{GT}_{hit}(x)}{\partial x_{jt}} \quad (7.13)$$

donde

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{GT}_{hit}(x)}{\partial x_{jt}} &= \overline{GT}_j \text{ se } j \in C_{hi} \\ &= 0 \text{ caso contrario} \end{aligned}$$

y π_{hit}^5 es la variable dual asociada a la restricción de capacidad máxima de generación de la clase térmica h de la región i en la etapa t .

Así, la derivada de $\alpha(x)$ con respecto a x alrededor del punto $x = x^k$ es dada por las derivas parciales (7.8 - 7.13).

3.8 Subproblema de Operación - Modelo Detallado

El objetivo de este modelo es determinar, para cada etapa del período de planificación, metas de generación para las plantas hidroeléctricas y termoeléctricas del sistema que reduzcan al mínimo el promedio de los costos operativos. En términos matemáticos, el problema se plantea como una recursión de *programación dinámica estocástica*:

$$\alpha_t(V_t, A_{t+1}) = E_{\lambda_t | \lambda_{t+1}} \{ \text{Min} [C_t(U_t) + \beta \alpha_{t+1}(V_{t+1}, A_{t+1})] \} \quad (8.1)$$

sujeto a restricciones operativas a cada etapa t

para $t = T, T-1, \dots, 1$; para todo $\{V_t, A_{t+1}\}$

Los componentes del problema (8.1) se discuten a continuación.

3.8.1 Horizonte de Estudio

La recursión (8.1) se hace para cada etapa t del periodo de estudio. El horizonte de estudio se representa por T . La duración de cada etapa (mensual o trimestral) y del horizonte de planificación dependen de las características del sistema, y se informan como datos de entrada del MODPIN.

3.8.2 Variables de Estado

Las variables de estado incluyen las características del problema que afectan la decisión operativa. El vector V_1 representa los volúmenes almacenados en los embalses al inicio de la etapa t . Los componentes del vector se representan por $\{V_1(i), i = 1, \dots, I\}$, donde i representa el i -ésimo embalse, e I , el número de embalses. A su vez, el vector A_{t-1} representa los caudales naturales afluentes a los embalses en la etapa anterior, $t-1$.

3.8.3 Variables de Decisión y Función de Costo Inmediato

Las variables de decisión del problema en cada etapa t incluyen los volúmenes turbinados y vertidos en los embalses, y la generación de las unidades térmicas en cada escalón de la curva de carga.

3.8.3.1 Volumen Turbinado

El vector U_1 en la recursión (8.1) representa los volúmenes turbinados por las plantas hidroeléctricas asociadas a los embalses. Los componentes del vector de volúmenes son $\{U_1(i), i = 1, \dots, I\}$.

3.8.3.2 Función de Costo Inmediato

La generación termoeléctrica y los intercambios se representan de manera indirecta por medio de la *función de costo inmediato* $C_1(U_1)$. Esta función representa el costo de generación térmica necesario para complementar el suministro de la demanda en la etapa t . Este complemento es la diferencia entre la demanda y la

energía hidroeléctrica producida por los volúmenes turbinados U_t . El proceso de cálculo de $C_t(U_t)$ para un determinado valor de U_t se ilustra en la Figura 8.1.

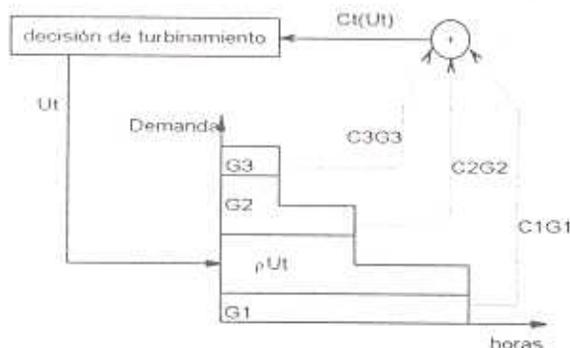


Figura 8.1 - Cálculo de $C_t(U_t)$

3.8.3.3 Formulación de la Función de Costo Inmediato

El cálculo de $C_t(U_t)$ se plantea como un problema de programación lineal:

$$C_t(U_t) = \text{Min} \quad \sum_{k=1}^K \Delta t_k \sum_{j=1}^J C_j(G_{tk}(j))$$

sujeto a

(8.2)

$$\sum_{i \in I_k} \rho(i) U_{ik}(i) + \sum_{j \in J_k} G_{tk}(j) + \sum_{r \in \Omega_k} f_{tk}(r, s) - f_{tk}(s, r) = D_{tk}(s) \quad (\text{a})$$

$$G_{tk}(j) \leq \bar{G}_{tk}(j) \quad (\text{b})$$

$$U_{tk}(i) \leq \bar{U}_{tk}(i) \quad (\text{c})$$

$$\sum_{k=1}^K \Delta t_k U_{ik}(i) \leq U_t(i) \quad (\text{d})$$

$$f_{tk}(r, s) \leq \bar{f}_{tk}(r, s) \quad (\text{e})$$

para $k = 1, \dots, K$; para $i = 1, \dots, I$; para $j = 1, \dots, J$

donde:

- s indexa las regiones;
- $i \in I_s$ conjunto de hidroeléctricas en la región s
- $j \in J_s$ conjunto de termoeléctricas en la región s
- Ω_s conjunto de regiones vecinas de la región s
- $U_i(i)$ meta de turbinamiento de la planta i (m^3)
- k representa los escalones de carga
- Δ_k duración del escalón k (h)
- j representa las plantas termoeléctricas
- J número de termoeléctricas
- $G_{jk}(j)$ generación de la termoeléctrica j en el escalón k (MW)
- $G_j(j)$ límite máximo de generación de j (MW)
- $U_{ik}(i)$ caudal turbinado por la planta i en el escalón k (m^3/s)
- $U_i(i)$ límite máximo de turbinamiento de i (m^3/s)
- $C_j(j)$ costo de generación de la térmica j (\$/MWh)
- $\rho(i)$ coeficiente de producción de la planta i ($MW/m^3/s$)
- $D_{ik}(s)$ demanda en el escalón k de la región s (MW)
- G_s vector de capacidades de las térmicas (MW)
- $f_{jk}(r,s)$ flujo de potencia de la región r para la s en el escalón k
- $f_{jk}(r,s)$ límite de flujo entre las regiones r y s

La restricción (8.2a) representa el balance de potencia en cada escalón. Las restricciones (8.2b) y (8.2c) representan respectivamente los límites de generación termoeléctrica y hidroeléctrica en cada escalón. La restricción (8.2d) representa el hecho de que la suma de los volúmenes turbinados a lo largo de los escalones no debe exceder el volumen turbinado meta U_i . Finalmente, la restricción (8.2e) representa los límites de intercambio entre los sistemas.

Se observa que los coeficientes de producción ρ de las plantas hidroeléctricas se consideran constantes, esto es, no se representa la variación del coeficiente de producción con el almacenamiento. Tal representación podría ocasionar la violación de las condiciones de

convexidad del problema. Si fuera necesario, se sugiere ajustar el coeficiente de producción promedio hasta que la simulación lineal presente resultados próximos a los de la simulación no-lineal.

3.8.3.4 Características de la Función de Costo Inmediato

La función de costo inmediato para distintos valores de U_t se representa en la Figura 8.2. Se observa que el costo de complementación termoeléctrica disminuye en la medida que los volúmenes turbinados aumentan.

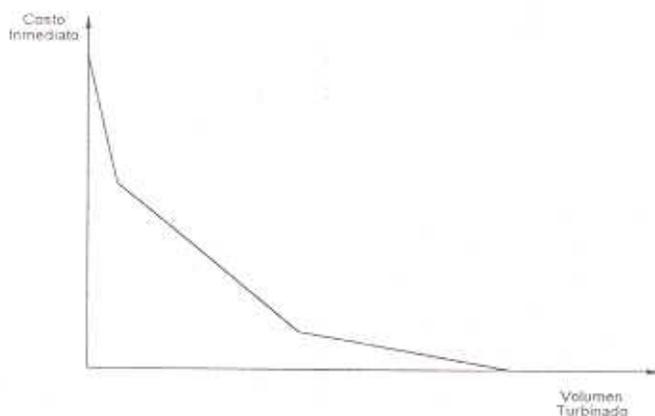


Figura 8.2 - Función de Costo Inmediato

3.8.4 Función de Costo Futuro

3.8.4.1 Formulación Matemática

La función $\alpha_{t+1}(I'_{t+1}A_t)$ representa el promedio del costo operativo de la etapa t hasta el horizonte T , a partir del almacenamiento I'_{t+1} , y es por lo tanto conocida como *función de costo futuro*. Se observa que el costo operativo depende de los valores de las variables de estado I'_{t+1} y A_t . En términos matemáticos, la función de costo futuro se representa como una *función lineal por partes*:

$$\alpha_{t+1}(V_{t+1}, A_t) = \text{Min } \alpha_{t+1} \quad (8.3)$$

sujeto a

$$\alpha_{t+1} \geq \sum_{i=1}^j \pi_1(i) V_{t,i}(i) + \sum_{i=1}^l \lambda_1(i) A_t(i) + \delta_1$$

$$\alpha_{t+1} \geq \sum_{i=1}^j \pi_2(i) V_{t,i}(i) + \sum_{i=1}^l \lambda_2(i) A_t(i) + \delta_2$$

...

$$\alpha_{t+1} \geq \sum_{i=1}^j \pi_p(i) V_{t,i}(i) + \sum_{i=1}^l \lambda_p(i) A_t(i) + \delta_p$$

donde:

- α_{t+1} variable escalar que representa el costo futuro
- p número de segmentos de la función lineal por partes
- π coeficientes asociados a la variación de los volúmenes almacenados
- λ coeficientes asociados a la variación de los caudales
- δ término constante de la restricción lineal

3.8.4.2 Características de la Función de Costo Futuro

La función de costo futuro permite comparar el costo de utilizar los embalses en la etapa t , por medio del turbinamiento U_t (función de costo inmediato $C_t(U_t)$), o "ahorrar" el agua para una utilización futura. La Figura 8.3 representa las dos funciones para distintos valores de U_t . Se observa que el costo futuro aumenta con el volumen turbinado en la etapa, ya que esto implica en vaciar los embalses.

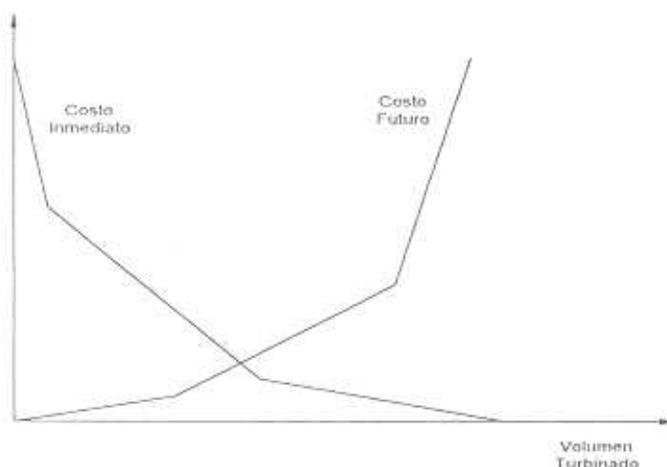


Figura 8.3 - Funciones de Costo Inmediato y Costo Futuro

3.8.5 Cálculo de la Función Terminal

La recursión (8.1) requiere como dato de entrada la función de costo futuro para la última etapa, $\alpha_{T+1}(I_{T+1} - I_T)$. Como esta *función terminal* no está disponible, se utiliza el procedimiento a continuación.

- se adicionan ΔT años al periodo de estudio.
- la configuración del sistema, los datos de demanda y el modelo estocástico de caudales en estos años adicionales se mantienen iguales a los de la última etapa, T .
- la recursión (8.1) se aplica a este periodo de estudio extendido, con $T + \Delta T$ años. La función de costo terminal para este estudio, $\alpha_{T+\Delta T+1}$, se inicializa con cero.

Los años adicionales ΔT se informan en los datos de entrada del MODPIN. Se sugiere un número de años superior al de la capacidad de regulación del sistema.

3.8.6 Restricciones Operativas

Se plantean a continuación las restricciones operativas de la recursión (8.1).

3.8.6.1 Balance Hídrico

Este balance representa la conservación del agua en los embalses: el volumen almacenado en el embalse al final de la etapa t (inicio de la etapa $t+1$) es igual al volumen al inicio de la etapa, más el caudal lateral afluente, menos el volumen de salida del embalse (turbinado y vertido), más los volúmenes de salida de los embalses aguas arriba.

$$V_{t+1}^i(t) = V_t^i(t) + A_t^i(t) - U_t^i(t) - S_t^i(t) + \sum_{m \Delta t t} [U_t^m(m) + S_t^m(m)] \quad (8.4)$$

para $i = 1, \dots, I$,

donde:

$S_t^i(t)$ volumen vertido en la planta i , (m^3)

M_i^+ conjunto de plantas hidroeléctricas inmediatamente aguas arriba del embalse i

3.8.6.2 Límites de Almacenamiento

$$V_{t,-}^i(t) \leq V_{t+1}^i(t) \leq V_{t,+}^i(t) \quad \text{para } i = 1, \dots, I \quad (8.5)$$

donde $V_{t,-}^i(t)$ y $V_{t,+}^i(t)$ son respectivamente los volúmenes máximo y mínimo de almacenamiento.

3.8.6.3 Límites en los Volúmenes de Salida

Los límites máximos de turbinamiento representan los límites de generación en las plantas hidroeléctricas, y corresponden a las

restricciones (8.2c) del problema de cálculo de la función de costo inmediato.

3.8.7 Algoritmo de Solución del Problema

En teoría, el problema (8.1) podría ser resuelto por un algoritmo de programación dinámica estocástica (PDE). Sin embargo, el esfuerzo computacional del algoritmo PDE crece exponencialmente con el número de variables de estado del problema, y solo es computacionalmente factible hasta un máximo de tres o cuatro variables. Debido a esto, se utiliza la técnica de programación dinámica estocástica dual (PDED). Esta técnica permite obtener los mismos resultados de la PDE tradicional, sin necesidad de discretización de las variables de estado. La PDED se describe en el Apéndice A. Se presenta a continuación una descripción de los pasos principales del procedimiento PDED:

El procedimiento se basa en la ejecución iterativa de los siguientes pasos:

- I. Selección de un conjunto de estados en cada etapa
- II. Cálculo de las funciones de costo futuro en cada etapa

3.8.7.1 Paso I - Selección de un Conjunto de Estados

En este paso se selecciona un conjunto de estados $\{V_t, A_{t-1}\}^I$, $I = 1, \dots, I$, para cada etapa t del periodo de estudio. Estos estados se obtienen por medio de la *simulación* de la operación del sistema para un conjunto de I secuencias de caudales. El procedimiento de simulación se describe en la Sección 3.8.9.

Además de las secuencias de caudales, la simulación operativa requiere las funciones de costo futuro $\alpha_{t+1}(V_{t+1}, A_t)$ en cada etapa. En la primera iteración del algoritmo PDED, estas funciones se inicializan con cero; en las iteraciones siguientes, corresponden a las funciones de costo futuro producidas en el Paso II.

3.8.7.2 Paso II - Cálculo de las Funciones de Costo Futuro

Este cálculo se realiza de acuerdo con los siguientes pasos:

- recorrer las etapas en la dirección inversa del tiempo: $t = T, T-1, \dots, 1$
- recorrer los estados $\{V_t, A_{t-1}\}^I, I = 1, \dots, L$ seleccionados en el Paso I del algoritmo PDED
- discretizar el vector de caudales de la etapa t , condicionado a $\{A_{t-1}\}^I$

$$\{A_t\}^N, n = 1, \dots, N$$

- conocidos el vector de volúmenes iniciales $\{V_t\}^I$ y el vector de caudales $\{A_t\}^N$, resolver el subproblema de operación para la etapa t :

$$z_n = \text{Min } C_t(U_t) + \beta \alpha_{t+1}(V_{t+1}, \{A_t\}^N) \quad (8.6)$$

sujeto a restricciones en los vectores de estado y decisión

El algoritmo de solución del problema (8.6) se describe en el ítem 3.8.8.

- calcular el promedio del costo futuro asociado al estado $\{V_t, A_{t-1}\}^I$, y las derivadas de este promedio con respecto a variaciones incrementales en los valores del estado:

$$\alpha_t(\{V_t, A_{t-1}\}^I) = \sum_{n=1}^N p_n z_n \quad (8.7)$$

$$\pi_{t1}(i) = \sum_{n=1}^N p_n \pi_n(i) \quad \text{para } i = 1, \dots, I \quad (8.8)$$

$$\lambda_{t1}(i) = \sum_{n=1}^N p_n \lambda_n(i) \quad \text{para } i = 1, \dots, I \quad (8.9)$$

donde:

p_n probabilidad del vector de caudales $\{A_t\}^n$

z_n valor óptimo del subproblema de operación (8.6)

$\pi_n(i)$ derivada de z_n con respecto al volumen inicial $V_i(i)$

$\lambda_n(i)$ derivada de z_n con respecto al caudal $A_{t-1}(i)$

Los valores $\alpha_t(\{V_t, A_{t-1}\}^t)$, $\{\pi_{11}(i)\}$, y $\{\lambda_{11}(i)\}$ son respectivamente el término independiente y los coeficientes de la i -ésima restricción lineal que compone la función de costo futuro en la etapa t (ver Sección 3.8.4.2).

3.8.8 Subproblema de Operación en cada Etapa

El algoritmo de solución del problema es el Dual Simplex. Este algoritmo produce, además de la solución de mínimo costo, los multiplicadores simplex asociados a las restricciones del problema. Estos multiplicadores corresponden a los gradientes de gestión con respecto a variaciones de la demanda y a los límites de capacidad de los equipos.

3.8.9 Simulación de la Operación

Una vez obtenida la política operativa óptima, representada por las funciones de costo futuro α_t , se hace una *simulación* de la operación del sistema a lo largo del período de estudio, para distintas secuencias de caudales. El procedimiento de simulación se describe a continuación:

- recorrer las etapas $t = 1, 2, \dots, T$;
- leer de archivo un vector de caudales para la etapa t , $\{A_t\}$;
- leer de archivo la función de costo futuro de la etapa t , $\alpha_{t+1}(V_{t+1}, \{A_t\})$;
- leer de archivo el vector de volúmenes finales de la etapa $t-1$ (volúmenes iniciales de la etapa t , $\{V_t\}$);

- e. conocidos el vector de volúmenes iniciales $\{V_t\}$, el vector de caudales $\{A_t\}$, y la función de costo futuro $\alpha_{t+1}(V_{t+1}, \{A_t\})$, resolver el subproblema operativo de la etapa t :

$$z_t = \text{Min } C_t(U_t) + \beta \alpha_{t+1}(V_{t+1}, \{A_t\})$$

sujeto a restricciones en los vectores de estado y decisión

las restricciones del subproblema y el algoritmo de solución son los mismos del subproblema operativo de la Sección 3.8.7.

- f. colocar en archivo los resultados de la solución del problema (costo operativo, volúmenes finales, etc.). Regresar al paso (a).

El procedimiento (a)-(f) se repite para diversas secuencias de caudales, retiradas del registro histórico, o producidas por un modelo estocástico. La Figura 8.4 ilustra los principales pasos del procedimiento.

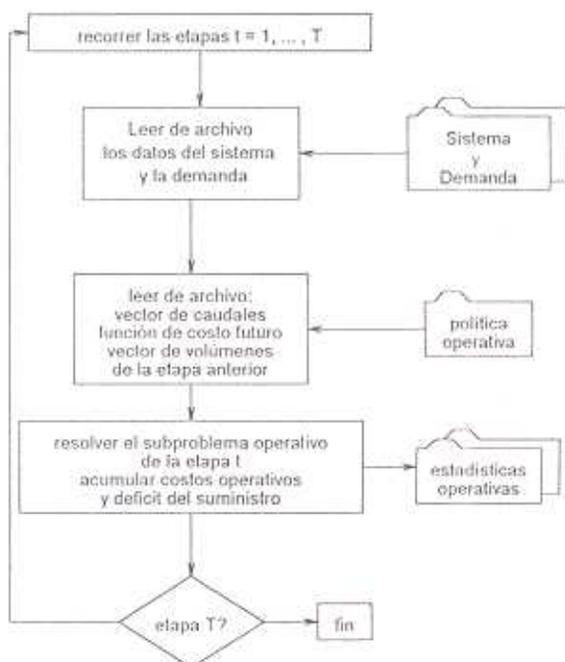


Figura 8.4 - Simulación Operativa

3.8.10 Cálculo de los Cortes de Benders

El modelo de simulación operativa resuelve en cada etapa, para cada vector de volúmenes iniciales y para cada vector de caudales el problema operativo de una etapa.

A la solución óptima de este problema está asociado un conjunto de *gradientes de gestión*, uno para cada restricción. Estos gradientes son las derivadas de la función objetivo con respecto a variaciones en el término independiente de la restricción correspondiente. Así el gradiente π_{v_i} corresponde a la derivada del costo operativo (costo inmediato + valor esperado del costo futuro) con respecto a un aumento en la capacidad de almacenamiento de la planta hidroeléctrica i . De la misma forma, π_{g_j} es la derivada del costo operativo con respecto a refuerzos en la capacidad de generación de

la planta térmica j , π_{ij} es la derivada con respecto a refuerzos en la capacidad de turbinamiento de la planta hidroeléctrica i , y $\pi_{f_{rs}}$ es la derivada con respecto a refuerzos en la capacidad de la línea de interconexión entre el sistema r y el sistema s .

Los valores promedio de estos gradientes para cada etapa son calculados por el módulo de simulación y guardados en archivos. Estos valores, junto con el costo promedio total son utilizados para escribir una restricción lineal en función de las variables de decisión del problema de inversión (x_{jt} : construcción del proyecto j en la etapa t) y son enviados al módulo de inversión, el cual va a generar un nuevo plan de expansión.

OLADE
ORGANIZACION LATINOAMERICANA
DE ENERGIA

BID
BANCO INTERAMERICANO
DE DESARROLLO

MANUAL DE REFERENCIA
MODELO SUPER/OLADE-BID
MODULO DE DEMANDA Y CONSERVACION
(MODDEM)

Diciembre 1993

INDICE

Página

GLOSARIO

1.	INTRODUCCION	I-1
1.1	Objetivos del Módulo de Demanda MODDEM	I-1
1.2	Dimensionamiento	I-4
1.3	Estructura General	I-4
1.4	Tareas Generales del Módulo	I-5
2.	SUBMODULO DEMMOD. MODELAMIENTO DE LAS CURVAS DE CARGA	II-1
2.1	Objetivo	II-1
2.2	Tareas	II-3
2.3	Metodología	II-6
2.3.1	Método de los coeficientes de modulación para modelar las curvas de carga diaria.	II-6
a.	Coefficientes de Modulación	II-6
b.	Coefficientes de Tendencia	II-7
c.	Coefficientes Estacionales	II-7
d.	Coefficientes de Ponderación Diaria ...	II-9
e.	Potencias Reducidas ..	II-10
f.	Energía del Dfa Laborable Medio Anual	II-11
g.	Cálculo de las Potencias Horarias en Valores Reales (MW) ..	II-12
2.3.2	Procedimiento para Depurar el Archivo de Datos Horarios ...	II-12

	2.3.3	Curva de Duración de Carga (CDC)	II-13
2.4		Lista de Entradas	II-14
	2.4.1	Estructura General	II-14
	2.4.2	Datos Generales	II-15
	2.4.3	Información para Depuración	II-15
	2.4.4	Archivos de Registros Horarios	II-16
2.5		Salidas para Interfase con el Submódulo DEMGEN	II-17
	2.5.1	Archivos de Coeficientes de Modulación	II-17
2.6		Reportes	II-18
	2.6.1	Reportes Tabulados	II-18
	2.6.2	Reportes Gráficos	II-19
	2.6.3	Reportes Intermedios de Verificación	II-19
3.		SUBMODULO DEMGEN. PREDESPACHO Y GENERACION DE DATOS PARA OTROS MÓDULOS	III-1
	3.1	Objetivo	III-1
	3.2	Tareas	III-1
	3.3	Metodología	III-4
	3.3.1	Simulación de Programas CEAC y Predespacho	III-4
	3.3.2	Ajuste de la CDC a un Polinomio de Quinto Grado	III-10
	3.3.3	Representación de la CDC por Escalones	III-11
	3.3.4	Cálculo de los Beneficios Marginales de los Programas CEAC	III-13
	3.4	Archivos de Datos de Entrada	III-13
	3.5	Archivos de Interfase entre Submódulos MODDEM	III-15
	3.6	Archivos de Interfase para otros Módulos	III-16

3.7	Reportes	III-17
3.7.1	Reportes Tabulados	III-17
3.7.2	Reportes Gráficos	III-18
3.7.3	Reportes Intermedios de Verificación	III-18
4.	SUBMODULO DEMCON. EVALUACION DE PROGRAMAS DE CONSERVACION DE ENERGIA	IV-1
4.1	Objetivo	IV-1
4.2	Tareas	IV-1
4.3	Metodología	IV-3
4.4	Archivos de Datos de Entrada	IV-5
4.5	Archivos de Interfase entre Submódulos MODDEM.	IV-5
4.6	Archivos de Interfase entre Módulos ..	IV-6
4.7	Salidas y Reportes	IV-6
5.	REFERENCIAS	V-1

GLOSARIO

B/C	Beneficio/Costo
CAM	Curvas de Ahorro Mensuales
CDC	Curvas de Duración de Carga
CEAC	Conservación de Energía y Administración de Carga
CME	Costos Marginales de Energía
DECON	Módulo de Evaluación Económica de los Programas de Conservación de Energía y Administración de Carga
GWh	Gigavatios-hora
KW	Kilovatios
MODDEM	Módulo de Demanda
MODDHT	Módulo de Despacho Hidrotérmico
MODEXP	Módulo de Expansión
MODPIN	Módulo de Planificación bajo Incertidumbre
MODTER	Módulo de Despacho Térmico
MW	Megavatios
MWh	Megavatios hora
TIR	Tasa Interna de Retorno
VAN	Valor Presente Neto
WASP	Wien Automatic System Planning Package

1. INTRODUCCION

En el proceso de planificación de los Sistemas Eléctricos, así como en la formulación y evaluación de los programas de conservación de energía, administración de carga y estudios tarifarios, resulta indispensable efectuar una representación adecuada de las curvas de carga, es decir, de las variaciones de la carga en el tiempo.

Para los modelos de simulación y optimización de despacho se han desarrollado técnicas cada vez más aproximadas a la realidad operativa de los Sistemas Eléctricos. Por lo tanto, se requiere que los modelos de demanda sean consistentes y que representen las características de variación de la carga con la mayor precisión posible.

Si bien muchos de los modelos de simulación de despacho y optimización, con fines de planeamiento de mediano y largo plazo, trabajan con Curvas de Duración de Carga (CDC) para períodos de una o más semanas, en la simulación de los programas de Conservación de Energía y Administración de Carga (CEAC) se requiere de períodos más cortos, que modelen las variaciones diarias y semanales de la demanda, puesto que muchos de estos programas están orientados a controlar y modificar las variaciones y tendencias de uso diario y semanal de los consumidores.

Por otra parte, los programas de conservación de energía y administración de carga constituyen una alternativa muy atractiva para reducir las inversiones en ampliación de la capacidad instalada de los Sistemas Eléctricos y hacer un uso más racional de los recursos energéticos.

1.1 Objetivos del Módulo de Demanda MODDEM

El objetivo primario del módulo de demanda (MODDEM) es elaborar modelos de curvas de carga a partir de información

histórica, y, con base en proyecciones de demanda anual externas al MODDEM, preparar la información de entrada para los otros módulos SUPER/OLADE-BID.

El MODDEM simula el efecto de los programas de Conservación de Energía y Administración de Carga sobre las demandas proyectadas, considerando las fluctuaciones estacionales de las curvas de carga. Adicionalmente, efectúa predespachos de potencia y energía de los casos cuya representación no es manejada por los otros módulos del SUPER/OLADE-BID, lo que permite representar el despacho de plantas no convencionales, intercambios preacordados con empresas generadoras y consumidores con regímenes especiales.

El modelamiento de las curvas de demanda se efectúa con base en registros históricos horarios, para representar:

- a. Curvas de carga horaria, por días típicos semanales.
- b. Curvas de duración de carga (CDC) continuas, por períodos semanales o mensuales.
- c. Curvas de duración de carga por escalones.

Las curvas de cargas diarias se representan por modelos para días tipo semanales, definidos de la siguiente manera:

- | | |
|---------|---|
| Tipo 1. | Día laborable medio: martes, miércoles y jueves. |
| Tipo 2. | Día laborable de inicio o fin de semana: lunes y viernes. |
| Tipo 3. | Día sábado o feriado medio día. |
| Tipo 4. | Día domingo o feriado completo. |

Cada modelo está constituido por 24 factores de potencias reducidas, a intervalos horarios entre las 0 y 24 horas del día. Los factores de potencias reducidas son valores por unidad referidos a la Potencia Media Diaria.

Las variaciones del consumo a lo largo de la semana se representan por los coeficientes de ponderación diaria, que relacionan el consumo de los días tipo con el consumo del día laborable medio (tipo 1).

Por último, los coeficientes estacionales y de tendencia reflejan las variaciones del consumo a lo largo del año y la tendencia creciente de la demanda a largo plazo.

Las Curvas de Duración de Carga, se modelan para cada período mensual o semanal. Son representadas por 25 ó 50 pares de valores potencia-duración normalizados, es decir, expresadas en fracciones por unidad referidos a la potencia pico. Estas curvas se ajustan a un polinomio de quinto orden, en la forma que son requeridas por el módulo térmico (MODTER), o son modeladas por escalones, hasta 5, para ser utilizados por los módulos de despacho hidrotérmico MODDHT, de planificación bajo incertidumbre (MODPIN) y de expansión (MODEXP).

Para el cálculo de los costos marginales de energía (CME) y su utilización dentro del MODDEM, se utilizan solamente dos escalones: punta y base.

La información histórica, a nivel de cargas horarias, puede estar subdividida por regiones (máximo 10) y tipos de consumo (máximo 10). El MODDEM efectúa el agregado de las cargas agrupándolas por regiones, por subsistemas y total general, según sea requerido por los otros módulos.

El usuario tiene la opción de ingresar información ya elaborada en cualquiera de las etapas del módulo.

Las simulaciones de los programas CEAC y los predespachos se efectúan preferentemente sobre los modelos de cargas diarias, aunque están incorporadas opciones para simulaciones simplificadas sobre las CDC o sobre la demanda total. Por razones de precisión es recomendable disponer de información diaria para una adecuada representación de estos casos.

Como complemento de las funciones anteriores, el MODDEM tiene incorporado un modelo de evaluación económica de los programas de conservación de energía y administración de carga (DEMCON), que permite determinar la conveniencia y prioridad de adopción de estos programas en el Plan de Desarrollo Eléctrico.

DEMCON enlaza los resultados de Costos Marginales del MODTER ó MODDHT con la información de los modelos de consumo, evolución del número de usuarios, inversiones, costos de desarrollo e implantación de los programas CEAC y la tasa de descuento, para generar los siguientes indicadores económicos: valor presente neto (VAN), relación Beneficio/Costo (B/C), tasa interna de retorno del capital (TIR) y período de repago.

1.2 Dimensionamiento

El módulo está dimensionado para manejar hasta:

- 5 años de datos históricos,
- 25 años de planificación,
- 6 subsistemas eléctricos,
- 10 regiones,
- 10 sectores de consumo por región,
- 4 días tipo por semana,
- 52 períodos anuales,
- 50 puntos de la curva de duración de la carga,
- 5 escalones para simulación simplificada de la CDC,
- 10 proyectos CEAC,
- 10 casos de predespacho.

1.3 Estructura General

El módulo de demanda esta conformado por 3 submódulos:

- a. Submódulo DEMMOD: efectúa el modelamiento de las curvas de carga diaria y de duración mensual.

- b. Submódulo DEMGEN: proyecta los modelos de carga en función de las demandas anuales, efectúa las simulaciones de los programas CEAC y predespachos, agrupa las cargas por sub-sistemas y genera los archivos de entrada que son requeridos por los otros módulos del Modelo SUPER/OLADE-BID.
- c. Submódulo DEMCON: efectúa la evaluación económica de los programas de conservación de energía y administración de carga CEAC.

1.4 Tareas Generales del Módulo

Las tareas generales del módulo, que se describen con mayor detalle en las especificaciones de los submódulos, son:

- a. A partir de información de registros históricos de carga o consumo horario, elabora los modelos de curvas de carga por días tipo semanales, calcula los factores de ponderación semanales, estacionales y de tendencia de largo plazo, y las correspondientes Curvas de Duración de Carga. Este cálculo se efectúa para cada una de las regiones y sectores de consumo definidos por el usuario.
- b. Con información de demandas proyectadas elabora las curvas de demanda mensual o semanal, para todo el período de planificación, desagregadas por subsistemas eléctricos y el total general.
- c. Sobre las curvas de demandas proyectadas simula el efecto de los programas de conservación de energía y administración de carga.
- d. Efectúa los predespachos de los casos definidos por el usuario.

- e. Elabora las Curvas de Duración de Carga resultantes de efectuar los predespachos y las simulaciones del efecto de los programas CEAC, por subsistemas, para cada uno de los períodos mensuales o semanales y prepara la información de entrada para los módulos de despacho, expansión y financiero. Para el MODTER la CDC se representa por una ecuación de quinto grado. Para los módulos de despacho hidrotérmico y de expansión, se representa por escalones, hasta 5. Para el cálculo de los costos marginales, la CDC se representa solo por 2 escalones: punta y base.

- f. Calcula los flujos anuales de beneficios y costos de cada programa CEAC y sus indicadores de evaluación económica: VAN, TIR, B/C y período de repago. En este cálculo se consideran los beneficios y costos desde el punto de vista del sector eléctrico.

CAPITULO II

2. SUBMODULO DEMMOD. MODELAMIENTO DE LAS CURVAS DE CARGA

2.1 Objetivo

El objetivo del submódulo es elaborar los modelos de curvas de carga por días tipo semanales y las Curvas de Duración de Carga mensual o semanal, por regiones y sectores de consumo.

La información de entrada está constituida por registros de carga horaria, de 1 a 5 años. A partir de esta información se calculan los modelos de curvas de carga diaria y de Duración de Carga, mensual o semanal.

Para fines de la simulación de despacho térmico e hidrotérmico, el año se divide en un número determinado de períodos mensuales (12) o semanales (52).

En el caso de utilizarse 12 períodos por año, el modelamiento de cargas diarias se efectúa tomando meses calendario. Si los períodos son semanales, para los modelos de carga diaria se utilizan meses equivalentes de 4 semanas cada uno, es decir, 13 períodos de igual duración por año.

Los modelos de curvas de demanda que se obtienen del submódulo son:

- a. Curvas de carga horaria, por días típicos semanales.
- b. Curvas de duración de carga (CDC) continuas, por períodos semanales o mensuales.

Los días tipo corresponden a:

- Tipo 1. Día laborable medio: martes, miércoles y jueves.
- Tipo 2. Día laborable de inicio o fin de semana: lunes y viernes.
- Tipo 3. Día sábado o feriado medio día.
- Tipo 4. Día domingo o feriado completo.

Los coeficientes que modelan las curvas de carga diaria son:

- a. Coeficientes de tendencia de largo plazo.
- b. Coeficientes de estacionalidad del día laborable medio.
- c. Coeficientes de ponderación diarias.
- d. Factores de potencias reducidas horarias.

Las Curvas de Duración de Carga se obtienen para 12 períodos mensuales de igual duración (730 horas) o 52 períodos semanales (168 horas). Las CDC pueden ser definidos por 25 ó 50 intervalos iguales, según la precisión deseada en los cálculos, aunque por lo general son suficientes 25 puntos para un adecuado ajuste a la ecuación de quinto grado o por escalones.

Las CDC están definidas por valores decrecientes, expresados en por unidad respecto a la potencia máxima (1.0 p.u.).

Las variaciones de cargas, mensuales o semanales, a lo largo del año, son representadas por los coeficientes de variación estacional de los consumos por período. Las tendencias de crecimiento de largo plazo son consideradas en los coeficientes de tendencia.

El submódulo esta dimensionado para manejar hasta:

- 10 regiones,
- 10 sectores de consumo,
- 52 períodos por año,
- 5 años de datos históricos.

2.2 Tareas

Las tareas que realiza este submódulo son:

- a. Lectura y verificación de la información horaria.

La información de registros de carga horarios se proporciona en archivos secuenciales. Cada archivo comprende la información de un sector de consumo y debe contener registros para años calendarios completos, por lo menos uno. Cada registro contiene información para 12 horas, debiendo utilizarse 2 registros por día. Debe incluirse, además, un registro de identificación de la región, el sector de consumo y los años calendarios registrados, para fines de verificación y control del proceso.

El programa verifica que el registro de identificación coincida con las tablas y códigos de definición general del caso en estudio.

Seguidamente elimina los datos de los días con información incompleta, con valores cero o negativos. Elimina también los días previamente especificados por el usuario mediante la interfase Hombre-Máquina, por ejemplo aquellos que contengan información considerada inconsistente para el proceso, días en que se produjeron racionamientos o cortes de servicio, períodos de huelgas, u otros de comportamiento anormal de la demanda.

- b. Clasifica los días calendario por días típicos, según se define en la sección 2.1. y procede a calcular los valores promedios de energía, potencia máxima y potencia mínima, por cada tipo dentro del mes.
- c. Efectúa la consistencia de la información detectando los días extremos cuyos valores salen del rango especificado por el usuario. Por defecto el modelo usa un rango de +/- 4 veces la desviación estándar para días laborables, y 6 veces la desviación estándar para los días de fin de semana. Los resultados se pueden exhibir numérica y gráficamente a través de la Interfase Hombre-Máquina, para ser sometidos al criterio de aceptación del usuario.
- d. Depura el archivo eliminando los registros inconsistentes. En caso de resultar algún mes con información insuficiente para el cálculo de los coeficientes del modelo, se complementa con los valores medios de los días tipo correspondientes de los meses inmediatamente anterior y posterior. Si no existe suficiente información para este cálculo, el proceso termina con mensaje de DATOS INCOMPLETOS. Se considera información insuficiente cuando no se cumple con el mínimo número de días con datos, por tipo y por mes, que se indica a continuación:

Mínimo número de días tipo 1 =	8
Mínimo número de días tipo 2 =	6
Días tipo 3 ó 4,	sin mínimo.
Mínimo número aceptable de días con dato por año, =	328 (90 %).

NOTA Como resultado del proceso de verificación se genera un archivo de registros no válidos. Esto permite separar el procesamiento general en dos etapas: verificación (pasos del a al d), y cálculo de modelos (pasos e al f).

- e. Efectúa el cálculo de los coeficientes de ponderación diaria y potencias reducidas, por días tipo; y se calculan los

coeficientes de estacionalidad y de tendencia del día laborable medio.

- f. Continúa con el proceso de cálculo de los valores por unidad que definen la Curva de Duración de Carga por períodos, regiones y sectores de consumo.
- g. Almacena la información en los archivos de interfase con el submódulo DEMGEN.

El cálculo de los coeficientes de los modelos se efectúa por archivos independientes y sus resultados se registran secuencialmente en los archivos de interfase. Esto permite que el procesamiento de la información pueda realizarse en sesiones de trabajo diferentes. Los consolidados regionales y por subsistemas se efectúan una vez completada la información correspondiente.

En el manejo de la información, y por facilidad de registro, las regiones y los sectores se identifican de 3 maneras:

- a. Nombre completo: hasta 20 caracteres alfanuméricos.
- b. Código: 2 caracteres alfanuméricos.
- c. Código numérico: 2 dígitos.

Por defecto, se utilizan los siguientes códigos por sectores de consumo:

	<u>Código Alfanumérico</u>	<u>Código numérico</u>
Doméstico	DO	01
Comercial	CO	02
Industrial	IN	03
Alumbrado público	AP	04
Gobierno	GO	05
General	GE	06
Total regional(*)	TO	10

(*) código reservado

El código numérico es asignado por el módulo según la secuencia de definición.

2.3 Metodología

2.3.1 Método de los coeficientes de modulación para modelar las curvas de carga diaria.

El método consiste en calcular un conjunto de coeficientes que representan las variaciones de carga diaria por intervalos horarios, para todo un año calendario.

Aprovechando de la característica de comportamiento semanal de la carga, los días se agrupan por días tipo semanales, que son representativos para todo un período mensual (calendario o de 4 semanas), según se use 12 o 52 períodos por año.

En el submódulo DEMMOD se han definido los siguientes días tipo:

- Tipo 1: Día laborable medio: martes, miércoles y jueves,
- Tipo 2: Día laborable de inicio y fin de semana: lunes y viernes.
- Tipo 3: Sábados y feriados medio día.
- Tipo 4: Domingos y feriados.

Todos los días del mes son agrupados por días tipo. El día tipo representativo del mes resulta de promediar los valores de las potencias horarias registradas para los días de cada tipo.

a. Coeficientes de Modulación

Los modelos de curva de carga diaria, por días tipo, se representan por los siguientes coeficientes:

- Coeficientes de tendencia (t_i) por período.
- Coeficientes estacionales (K_i) por período.

- Coeficientes de ponderación diaria (β_{jd}).
- Factores de potencias reducidas horarias (π_{hij}).

Cuando se tiene información histórica para varios años, los coeficientes de modulación se calculan para cada año calendario. El promedio de estos valores determina los coeficientes finales del modelo.

b. Coeficientes de Tendencia

Reflejan la tendencia anual de crecimiento de la carga. Se calculan a partir de la tasa de crecimiento anual de la demanda.

$$t_i = \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{\left(i - \frac{n}{2}\right)}$$

donde r = tasa de crecimiento anual p.u.
 n = número de períodos por año,
 i = subíndice del período.

c. Coeficientes Estacionales

Caracterizan las variaciones estacionales del consumo. Resultan de calcular la relación del consumo del día laborable medio (tipo 1) del período, con la media móvil de los consumos de los días laborables medios correspondientes a ese período,

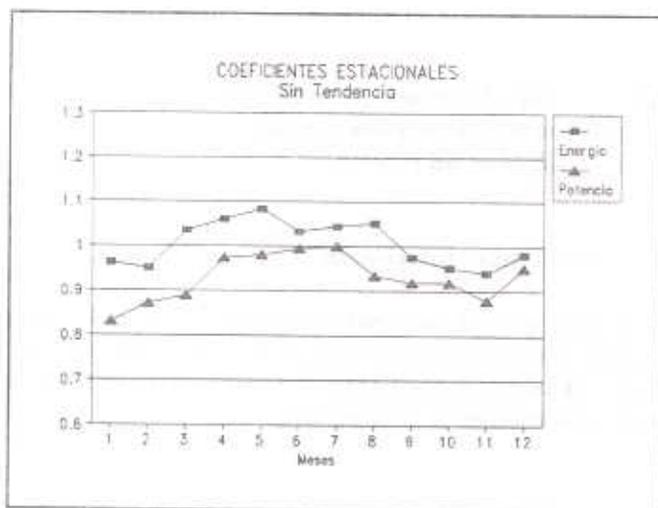
$$K_i = \frac{E_i}{M_i}$$

donde E_i = Energía del día laborable medio (tipo 1) del período i

M_i = Media móvil de los consumos de los días laborables medios para el período i .

La media móvil se calcula según:

$$M_i = \frac{1}{n} \left(\frac{E_{i-\frac{n}{2}}}{2} + \dots + E_{i-1} + E_i + E_{i+1} + \dots + \frac{E_{i+\frac{n}{2}}}{2} \right)$$



Observación: En los casos que no se disponga de información

de por lo menos 2 años históricos que se requieren para calcular las medias móviles, los coeficientes estacionales se calcularán de la siguiente manera:

$$K_r t_i = \frac{E_i}{E_{dia,eq}}$$

El coeficiente de tendencia t_i se calcula utilizando el dato de tasa de crecimiento histórico que debe ser proporcionado mediante la Interfase Hombre-Máquina.

d. Coeficientes de Ponderación Diaria

Relacionan el consumo de energía diaria de los diferentes días tipo semanales de un período, respecto a la energía del día laborable medio del mismo período.

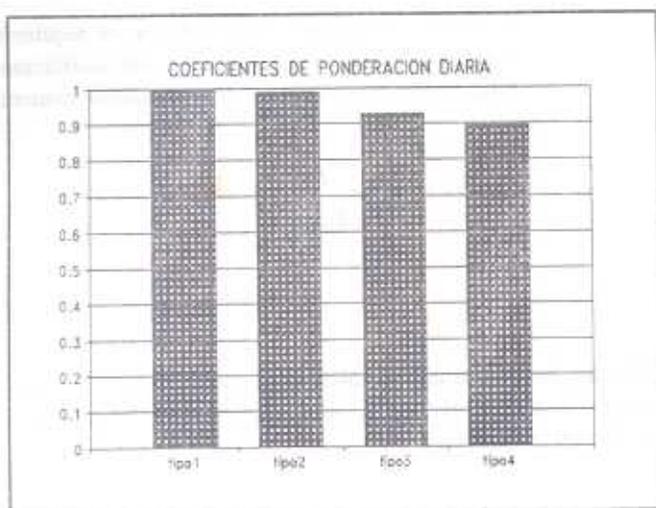
$$\beta_{ji} = \frac{e_{ji}}{E_i}$$

donde e_{ji} = Energía del día j del período i

E_i = Energía del día laborable medio (tipo 1) del período i

e. Potencias Reducidas

La forma de la curva de carga diaria por cada día tipo se modela



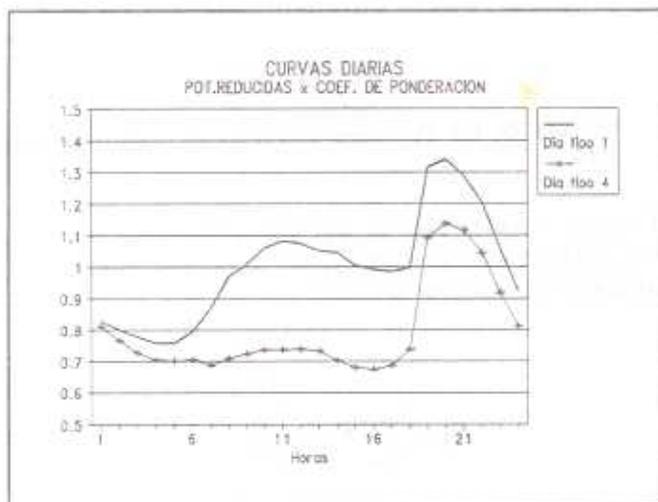
calculando los valores de las potencias horarias reducidas respecto a la potencia media diaria. El uso de la potencia media como base de referencia es más estable que utilizar la potencia pico, además que permite efectuar los recálculos a valores reales proyectados a partir de la energía anual utilizando los coeficientes estacionales y de ponderación, descritos anteriormente.

$$\pi_{hji} = \frac{P_{hji}}{P_{mediaj}}$$

donde π_{hji} = Factor de potencia reducida de la hora h del día tipo j del período i.

P_{hji} = Potencia de la hora h del día tipo j del período i.

P_{mediaj} Potencia media del día tipo j del período i



f. Energía del Día Laborable Medio Anual

El día laborable medio anual representa a un día equivalente anual tipo 1. Sirve de referencia para el cálculo de la energía diaria de todos los días del año. Su energía se calcula mediante:

$$E_{\text{día,eq}} = \frac{E_{\text{anual}}}{N_{\text{eq}}}$$

donde E_{anual} = Energía total del año.

N_{eq} = Número de días laborables equivalentes por año.

$$N_{eq} = \sum K_{t_i} \beta_{ij}$$

g. **Cálculo de las Potencias Horarias en Valores Reales (MW)**

Las demandas horarias para un año proyectado, para el cual se proporciona el valor de su energía anual, se calculan utilizando los coeficientes de modulación, mediante:

$$P_{hji} = \frac{E_{anual}}{N_{eq}} K_{t_i} \beta_{ji} \frac{\pi_{hji}}{24}$$

2.3.2 Procedimiento para Depurar el Archivo de Datos Horarios

El procedimiento consiste en calcular los promedios y la desviación standard de las potencias pico y mínima, y de las energías de todos los días tipo por mes que cuenten con registros válidos.

Los días cuyos valores de potencias, pico y mínima, o energía, salgan del rango definido, son marcados para ser sometidos a criterio de aceptación del usuario. Este proceso se efectúa mediante la interfase Hombre-Máquina. Además se provee un registro gráfico de valores diarios para todo el mes, con indicación del tipo de días.

Las variaciones extremas del gráfico ayudan al usuario a tomar la decisión de aceptar o descartar registros extremos.

Los días descartados son registrados en un archivo de depuración para utilizarlos en procesos nuevos o en verificaciones de consistencia posterior.

En el caso que para un mes particular no existan datos para los días tipo 3 ó 4, su modelo de curva de carga será estimada como el promedio de los meses inmediatos anterior y posterior a dicho mes.

Si en algún mes no se dispone de información suficiente para modelar los días tipo 1 ó 2, o si el total de días por año con registros válidos no supera el 90% de los días calendario (328), el proceso se trunca con un mensaje de ERROR FATAL.

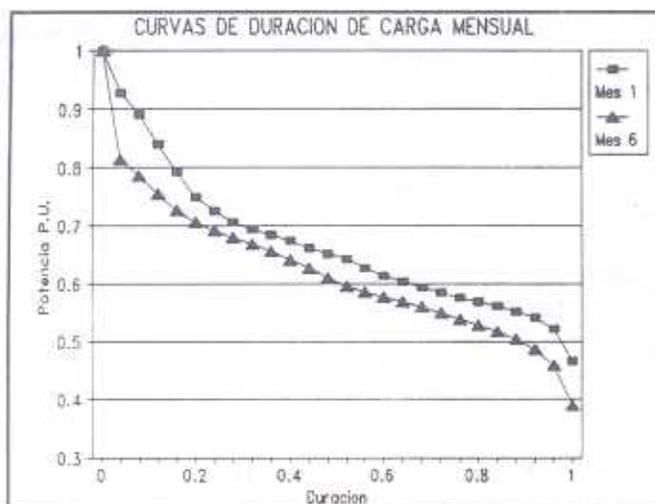
2.3.3 Curva de Duración de Carga (CDC)

Las Curvas de Duración de Carga se determinan para 12 períodos mensuales, o 13 períodos de 4 semanas cada uno. Los resultados se proporcionan en valores normalizados de potencia-duración, tomando como bases la potencia pico y el número total de horas del período, respectivamente.

Las CDC se pueden representar por 26 o 51 valores de potencias normalizadas correspondientes a intervalos de duración constantes. El primer punto, para un valor de duración igual a cero, corresponde a la máxima demanda del período y tiene un valor normalizado de 1.0. El último punto, para una duración igual a 1.0, corresponde a la demanda mínima del período. El área bajo la curva es igual al factor de carga.

El procedimiento consiste en determinar 26 ó 51 intervalos de potencia. Para cada intervalo se calcula su correspondiente duración. El paso siguiente consiste en interpolar los puntos para calcular los

valores de potencias correspondientes a intervalos de duración constante.



2.4 Lista de Entradas

2.4.1 Estructura General

Las entradas para el submódulo están constituidas por 3 grupos:

- a. Datos generales del proceso, que es manejado por la interfase Hombre-Máquina.
- b. Información para depuración de datos, que a su vez tiene dos componentes: Información fija, predeterminada antes del proceso, e información interactiva durante el proceso de depuración. Este grupo también es manejado por la interfase Hombre-Máquina.

- c. Archivos secuenciales de registros horarios.

2.4.2 Datos Generales

En el submódulo DEMMOD se utilizan los siguientes archivos:

DMGEN.DAT	Datos generales del estudio
DMREG.DAT	Relación y códigos de regiones
DMSEC.DAT	Relación y códigos de sectores de consumo.
DMSUBS.DAT	Relación y códigos de los subsistemas eléctricos.

2.4.3 Información para Depuración

El grupo correspondiente a datos fijos, esta constituido por los siguientes archivos:

DMFER.DAT	Relación de días feriados: medio día o día completo. Es posible definir una serie de días feriados fijos para todos los años, y otra serie de días feriados variables. Los días se definen por sus fechas calendario.
-----------	---

Este archivo es válido para todas los registros históricos a procesarse.

DVERIF.TEM	Define el rango aceptable de variación de los valores registrados y se proporciona una relación de días cuya información debe descartarse. Los días se definen por sus fechas calendario.
------------	---

Esta información es válida únicamente para el archivo de registros horarios en proceso.

DNOVAL.TEM Relación de días que se descartan durante el proceso interactivo de depuración.

2.4.4 Archivos de Registros Horarios

Los registros horarios serán suministrados en archivos secuenciales completos para por lo menos un año del período de datos históricos. Todos los registros deben proporcionarse para años calendario completos.

La información puede corresponder a sectores de consumo específicos por regiones, tal como se definen en los archivos DMREG.DAT y DMSEC.DAT, o proporcionarse cifras totales por regiones o subsistemas.

Puesto que los resultados se van almacenando secuencialmente en los archivos de Interfase, el proceso puede efectuarse en sesiones de trabajo diferentes y luego consolidar los resultados por regiones y total general. En cada sesión de trabajo, sin embargo, debe completarse el procesamiento de todo un archivo completo de datos.

Cada archivo de datos históricos tendrá un registro inicial de identificación, con los siguientes datos:

<u>Variable</u>	<u>Formato</u>	<u>Descripción</u>
IDFILE	A8	Nombre de identificación del archivo
COREGX	A2	Código de identificación de la región.
COSECX	A2	Código de identificación del sector de consumo
IN1YH	I4	Año de inicio de datos
FIN1YH	I4	Año de fin de datos.
UNIT	F10.0	Factor de conversión de unidades de Pot. = 1 Potencias en MW. = 1000 potencias en GW.

FORMATO (A8,1X,A2,1X,A2,1X,2I5,F10.0)

Los datos horarios, en orden cronológico, deben estar organizados

por días calendario, identificados por su fecha (día/mes/año). Se proporcionan 24 valores de potencias medias para intervalos horarios fijos. El primer dato corresponde al intervalo entre las cero horas a 1 a.m., y el último entre las 23 y 24 horas.

Los 24 datos horarios abarcan dos registros del archivo. En el primero de ellos está registrada la fecha "Año mes día", según el formato siguiente:

<u>Variable</u>	<u>Tipo</u>	<u>Formato</u>	<u>Descripción</u>
Registro 1.			
IY	Entero	I2	Año
IM	Entero	I2	Mes
ID	Entero	I2	Día.
DAT(i)	Real	12F8.0	Primeros 12 valores de potencias (1 a 12 hs)
Registro 2.			
blanco		6X	espacios en blanco
DAT(i)	Real	12F8.0	Siguientes 12 valores de potencias (13 a 24 hs).

FORMATO: (3I2,12F8.0/6X,12F8.0)

2.5 Salidas para Interfase con el Submódulo DEMGEN

2.5.1 Archivos de Coeficientes de Modulación

Los contenidos de estos archivos son:

DMODDIR.INT	Directorio de modelos de curvas de demanda.
DCESTAD.INT	Coefficientes estacionales para el día laborable medio de cada mes.
DCPOND.INT	Coefficientes de ponderación, por días tipo.

DCREDU.INT	Potencias reducidas horarias por días tipo.
DCESTAP.INT	Coefficientes estacionales, para los consumos de energía y potencias totales por meses o semanas.
DEMCUR.INT	Modelos de Curvas de Duración de Carga, en valores normalizados, por meses.
DNOVAL.INT	Archivo de días con registros no válidos.

2.6 Reportes

2.6.1 Reportes Tabulados

DEMMOD genera los siguientes reportes tabulados para impresión:

- Coeficientes estacionales y de tendencia para los consumos por períodos.
- Curvas de Duración de Carga por períodos. Puntos Potencia-Duración normalizados.
- Resultados de las energías y potencias máximas por períodos, y totales anuales de los registros históricos.
- Coeficientes estacionales y de tendencia para los días laborables medios.
- Coeficientes de ponderación y factores de potencias reducidas por días tipo por períodos.

El acceso a estos archivos se efectúa a través de la Interfase Hombre-Máquina.

2.6.2 Reportes Gráficos

A través de la Interfase Hombre-Máquina se generan los siguientes resultados gráficos, que pueden ser visualizados en el monitor u obtenerse copias impresas:

- a. Curvas diarias por días tipo, afectados por los coeficientes de ponderación.
- b. Curvas de duración de carga por períodos.
- c. Coeficientes estacionales de consumos y potencias máximas por períodos.

2.6.3 Reportes Intermedios de Verificación

El submódulo produce los siguientes archivos opcionales de verificación del proceso:

VERIF.SAL Reproduce los datos horarios del archivo de entrada. Util para verificar la correcta lectura del archivo de datos horarios.

PRUEBA.SAL Datos de energía y potencia máxima de cada registro diario de datos históricos.

COEF.SAL Coeficientes del modelo diario:

- Año, mes, día tipo, número de días tipo por mes.

- 24 valores de potencias reducidas.
 - Coeficientes de ponderación, energía promedio del día tipo, potencias máxima y mínima del mes.
 - Coeficientes de variación para los días tipo 1 y 2.
- CDC.SAL Resultados del modelo de CDC por meses.
- Grupo 1. CDC para incrementos fijos de Potencia.
- Grupo 2. CDC para incrementos fijos de duración.
- SUMPER.SAL Energías y potencias máximas por meses. Si número de períodos = 12
- SUMSEM.SAL Energías y potencias máximas por semanas. Si número de períodos = 52
- EDIATIPO.SAL Resumen de resultados por días tipo para todos los años de datos históricos.
- ESTAP.SAL Coeficientes estacionales de energía y potencia máxima por períodos, para cada año de registros históricos.
- ESTAD.SAL Coeficientes estacionales de energía y potencia máxima para los días laborables medios de cada período de los años de registros históricos.

CAPITULO III

3. SUBMODULO DEMGEN. PREDESPACHO Y GENERACION DE DATOS PARA OTROS MÓDULOS

3.1 Objetivo

Este submódulo tiene por objeto preparar la información de demanda por períodos (mensuales o semanales) y las Curvas de Duración de Carga correspondientes, que pueden ser ajustadas a un polinomio de quinto grado o por escalones (2 a 5), para los módulos de despacho, expansión, planificación bajo incertidumbre y los otros módulos del modelo SUPER/OLADE-BID.

También permite simular el efecto de los programas de conservación de energía y administración de carga (CEAC) sobre la demanda y sus variaciones estacionales y horarias. De manera similar, efectúa el predespacho de fuentes de generación no convencionales, contratos de intercambio con empresas generadoras y/o consumidoras, y en general el predespacho de los casos cuya representación no es manejada por los módulos de despacho, expansión y planificación.

Las demandas proyectadas anuales, potencia máxima y energía, son un dato externo al submódulo, debiendo ser proporcionados por el usuario. Alternativamente, el DEMGEN se puede enlazar con cualquier programa en uso que produzca predicciones de demanda eléctrica.

3.2 Tareas

Las tareas que realiza este submódulo son:

- a. Lectura de los datos de demandas proyectadas: energías y potencias máximas anuales por regiones y sectores de consumo. El submódulo verifica la correspondencia entre

- los datos y la información de los modelos de carga. Las demandas proyectadas se especifican para cada escenario de mercado definido para el MODPIN, con la indicación del escenario de referencia que se utilizará en los otros módulos.
- b. Lee y almacena la información sobre los programas de Conservación de Energía y Administración de Carga y los casos para predespacho. Esta información está compuesta por las formas de las curvas de carga diaria o mensual, y por los valores de energía anual, o potencia de punta, que se ahorra o predespacha.
 - c. Con los datos de demandas proyectadas genera, para cada año de estudio, las curvas de carga diaria, semanal o mensual, según se haya especificado, en MW o GW.
 - d. Efectúa la simulación del efecto de los programas CEAC sobre las curvas de carga diaria o CDC por períodos, de cada región o sector de consumo, y determina las curvas resultantes y los ahorros totales de potencia y energía en punta y en base. También efectúa los predespachos de los casos definidos.
 - e. Acumula los valores de las curvas de demanda para obtener las curvas de carga total por regiones, y calcula las demandas por período y totales anuales.
 - f. En caso de no usarse las opciones de programas CEAC o de predespacho, el submódulo utiliza directamente las curvas de duración de carga unitarias por regiones, modeladas en el submódulo DEMMOD, y las energías por período calculadas con los coeficientes estacionales y de tendencia.
 - g. Calcula las pérdidas de potencia y energía en los sistemas de transmisión y distribución, y las agrega a los valores de demanda. Si los datos de demanda corresponden a

generación neta en los bornes de las centrales, los factores para el cálculo de pérdidas deben ser negativos. En este caso la demanda a nivel de consumo se calcula descontando las pérdidas de la generación.

- h. Calcula las CDC resultantes por subsistemas.
- i. Calcula los coeficientes del polinomio de quinto grado para representar las CDC en el módulo MODTER. Este cálculo se efectúa utilizando una versión adaptada del Programa POLIN, en la versión desarrollada por Esteban Skoknic [Ref. e].
- j. Genera la información de demanda por escalones, hasta 5, para el MODTER, programa de sistemas térmicos pequeños, hidrotérmico (MODDHT) y el módulo de expansión (MODEXP). Igualmente genera los dos escalones de la CDC necesarios para el cálculo de los costos marginales de generación en punta y base, que se utilizan en la evaluación económica de los proyectos CEAC.
- k. Calcula los ahorros de potencia y energía, para los 2 escalones de punta y base, de los programas CEAC. Esta información es transferida al submódulo DEMCON, para el cálculo de los beneficios económicos de estos programas.
- l. Repite los pasos c al j, a excepción del paso i, para cada escenario de mercado y genera los archivos de interfase para el MODPIN.

3.3 Metodología

3.3.1 Simulación de Programas CEAC y Predespacho

DEMMOD provee facilidades para representar las variaciones en el tiempo de los ahorros derivados de los programas CEAC, o de los casos de predespacho. Estas variaciones se representan por modelos definidos por coeficientes similares a los modelos de demanda descritos en la sección 2.3.1.

Los modelos, según el nivel de detalle, pueden definirse a nivel de curvas diarias, o a nivel de Curvas de Ahorros Mensuales (CAM). Las CAM son similares a las CDC y están expresadas también en valores normalizados. Sin embargo, los puntos de la curva deben estar asociados a los valores de potencia de la CDC y no necesariamente en orden decreciente.

Los programas CEAC, a su vez, se diferencian como sigue:

- a. Programas de Conservación y Ahorro de Energía, cuyo objetivo final es obtener un ahorro neto de energía y, por lo tanto, el área bajo la curva es positiva y los ahorros totales se definen por su energía.
- b. Programas de Administración de Carga, cuyo objetivo final es el desplazamiento del consumo de la hora pico a las horas de valle. En estos casos el área bajo la curva de ahorros no necesariamente es positiva. En consecuencia, los datos sobre los ahorros anuales deben especificarse por la potencia máxima desplazada.

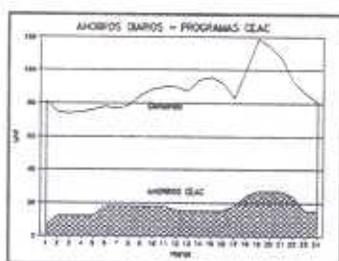
Simulación Diaria

DEMGEN permite simular los programas CEAC mediante sus variaciones de carga a nivel diario, utilizando para este efecto coeficientes estacionales, de ponderación diaria y factores de potencias reducidas horarias, similares al juego de coeficientes que modelan las curvas de carga diaria, descritas en la sección 2.3.1.

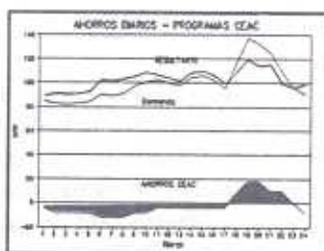
El submódulo proporciona dos opciones para definir las variaciones de carga horaria asociadas a cada programa CEAC.

- a. Definiendo 24 valores de potencia por día (valores por unidad o en KW por usuario).
- b. Fraccionando los ahorros de energía en punta y base, es decir, mediante una aproximación de 2 escalones. Los datos se proporcionan en porcentaje.

A partir de la información anterior se calculan los ahorros horarios por días tipo (4 tipos por semana) y por cada mes, asociando los ahorros a los correspondientes rangos de valores de demanda.



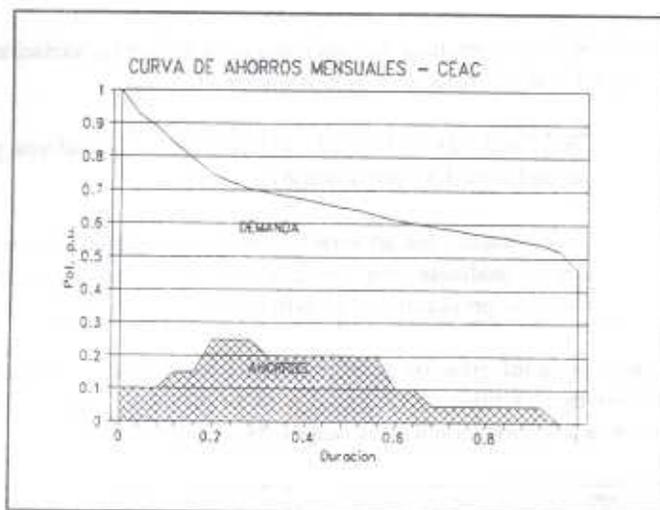
(1)



(2)

El paso siguiente consiste en ordenar los ahorros según los rangos de potencias de demanda de la Curva de Duración de Carga mensual en valores normalizados. Con este procedimiento se determina la curva de ahorros mensuales (CAM), tal como se muestra en el siguiente gráfico:

A continuación, con las proyecciones anuales de ahorros de energía y potencia de los programas CEAC, se determinan las Curvas de Ahorros Mensuales (CAM) en KW o MW, las cuales se restan de las CDC de la demanda de los años correspondientes.



En los programas de conservación de energía se obtiene un ahorro neto de energía, por lo tanto, los valores de las CAM se calculan a partir de los valores de energía anual. En los programas de administración de carga, por el contrario, no necesariamente se obtiene un ahorro neto de energía, en consecuencia los valores de las CAM se calculan a partir de los datos de Potencias Máximas desplazadas de la hora pico.

Un procedimiento similar se efectúa con los casos de predespacho.

Simulación sobre las Curvas de Duración de Carga

Las variaciones en el tiempo de los ahorros derivados de los programas CEAC se representan por las CAM, explicadas en la sección anterior.

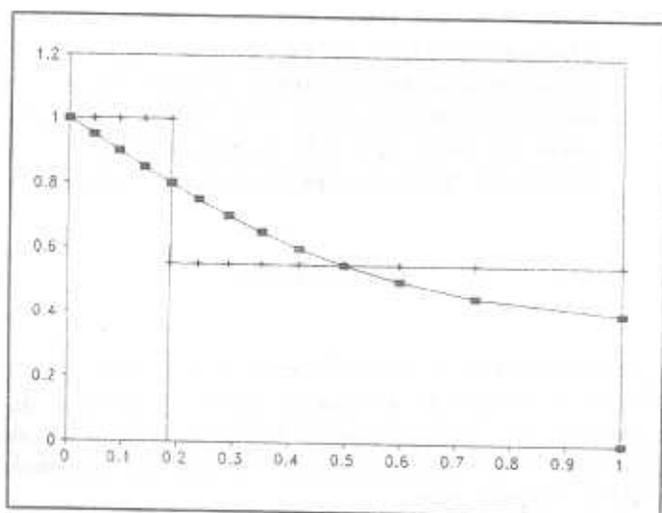
Estas variaciones se pueden simular según los siguientes modelos:

- a. Definidas por 25 puntos de las Curvas de Ahorros Mensuales normalizadas, para intervalos de duración constantes, iguales a 0.04 p.u.

- b. Por un equivalente hiperbólico. La CAM normalizada se representa por una hipérbola de la forma

$$f(p) = -\frac{a_1 p^2 + 2a_2 p - a_1 a_4 + a_2 a_3}{a_1^2 p^2 + 2a_1 a_2 p + a_3^2}$$

las constantes a_1 , a_2 , a_3 y a_4 se calculan en función de la Potencia máxima ($P_{\max} = 1.0$), el factor de carga (L) y la potencia mínima (P_{\min} p.u.), según las siguientes expresiones:



$$a_1 = \frac{L(2LP_{\min} - 2L - P_{\min}^2 + 1)}{(L - P_{\min})^2}$$

$$a_2 = -a_1 - 2$$

$$a_3 = \frac{L^2 + 2P_{\min}^2 L - P_{\min}^2 L^2 - 2P_{\min} L}{(L - P_{\min})^2}$$

$$a_4 = \frac{P_{\min}^2 (L-1)^2}{(L - P_{\min})^2}$$

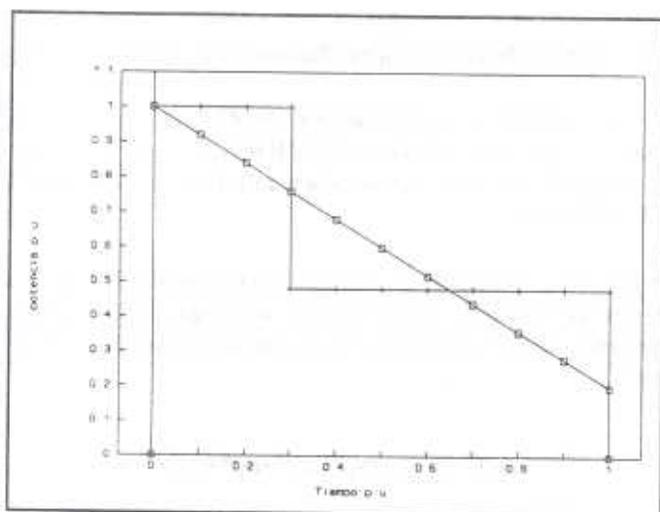
- c. Mediante una línea recta. La Curva de Ahorros Mensuales normalizada se puede aproximar mediante una línea recta, que cumpla las condiciones de: $P_{\max} = 1.0$ y factor de carga (L) mayor que 0.5. La pendiente de la recta es función del factor de carga, resultando la ecuación lineal:

$$p(t) = 1 + 2(L-1)t$$

De manera similar a lo explicado en la sección anterior, con las proyecciones anuales de ahorros de energía y potencia de los programas CEAC, se determinan las Curvas de Ahorros Mensuales en KW o MW, las cuales se restan de las CDC de la demanda de los años correspondientes.

En los programas de conservación de energía se obtiene un ahorro neto de energía, por lo tanto, los valores de las CAM se calculan a partir de éstos valores. En los programas de administración de carga no necesariamente se obtiene un ahorro neto de energía, en consecuencia los valores de las CAM se calculan a partir de la Potencia Máxima desplazada de la hora pico.

Un procedimiento similar se efectúa con los casos de predespacho.



NOTA: En los gráficos anteriores las curvas de 2 escalones corresponden a los modelos de ajuste para el cálculo de los costos marginales de punta y base.

Simulación Simplificada

Un tercer modelo de representación de los ahorros obtenidos en los programas de conservación de energía, es mediante un valor total de ahorro anual, que puede ser expresado en MWh o como un porcentaje de la demanda.

En este caso, el procedimiento de cálculo consiste en deducir de la demanda los ahorros de energía derivados del proyecto CEAC, sin modificar el valor de la demanda pico (potencia máxima). La CDC se ajusta a la demanda resultante.

3.3.2 Ajuste de la CDC a un Polinomio de Quinto Grado

Las CDC mensuales, modeladas por DEMMOD, son transferidas mediante archivos de interfase al DEMGEN, representados por 25 o 50 puntos de potencia normalizada para intervalos de tiempo fijos (0.04 ó 0.02 p.u.).

Para generar los archivos de interfase para el MODTER, así como para ajustar las CDC a los factores de carga de las demandas proyectadas, la CDC se ajusta a un polinomio de quinto grado de la forma:

$$p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5$$

los coeficientes a resultan de ajustar la CDC a un polinomio de quinto grado por el método de mínimos cuadrados, tal que minimice la función:

$$S = \sum_{i=1}^p [P_i - p(t_i)]^2$$

sujeto a las siguientes restricciones impuestas por las características propias de las CDC:

- La curva debe pasar por el punto (0,1), que corresponde al punto de demanda máxima.
- La curva debe pasar por el punto (1, P_{min}), que corresponde al punto de demanda mínima.
- El área bajo la curva debe ser igual al factor de carga (L).

matemáticamente estas restricciones se representan por:

$$a_0 = 1.0$$

$$\sum_{k=0}^5 a_k = P_{\min}(p.u.)$$

$$\sum_{k=0}^5 \frac{a_k}{k+1} = L(p.u.)$$

El problema se resuelve por el método de Lagrange.

En el DEMGEN se utiliza una versión adaptada del programa POLIN, distribuido por el OIEA como parte de los programas complementarios del WASP. Una descripción del método y detalles del programa se presentan en el documento de la ref.e.

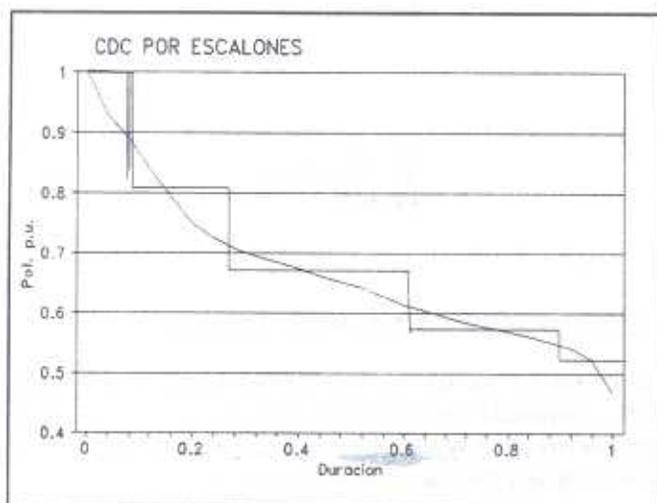
3.3.3 Representación de la CDC por Escalones

Para los modelos de despacho hidrotérmico, expansión y planificación bajo incertidumbre, se requiere representar las CDC por escalones (hasta 5); en tanto que para el cálculo de los costos marginales de punta y base, se requiere representar 2 escalones. El número de escalones es definido por el usuario o las necesidades de los otros módulos.

Las restricciones para establecer los escalones son:

- El primer escalón debe conservar el valor de la potencia pico (1.0 p.u.).

- La duración del primer escalón debe corresponder lo más cercanamente posible a la duración de las puntas de carga diaria.
- El área bajo los escalones debe ser igual al área bajo la curva de duración de carga.



En general la duración de los escalones, en horas por día, serán definidos por el usuario, y se mantienen constantes para todos los meses o semanas de todos los años del período de planificación. DEMGEN calcula los valores de potencias correspondientes a cada escalón.

Por defecto DEMGEN asume los siguientes valores de duración de los escalones:

- Escalón 1. T_1 . Equivalente a las horas de punta de los días laborables respecto a las horas totales de una semana. Si las horas de punta de los días laborables son t_p , entonces T_1 resulta:

$$T_1 = 24 * (t_p * 5) / (7 * 24) \text{ hs/día.}$$

Los siguientes escalones resultarán del siguiente cálculo:

$$(24 - T_1) / (\text{Nesc} - 1).$$

Los valores de potencia de los escalones se calculan como el promedio de los puntos de la CDC comprendidos en el rango de cada período. Un ajuste al cálculo anterior se efectúa entre el primer y segundo escalón, a fin de conservar el valor de la potencia máxima (1.0 p.u.) en el primer escalón.

3.3.4 Cálculo de los Beneficios Marginales de los Programas CEAC

De manera similar que en la representación de la CDC por escalones, las Curvas de Ahorros Mensuales de los programas CEAC se representan por 2 escalones: punta y base. Estos constituyen los beneficios, o ahorros marginales, aportados por estos programas. Una representación gráfica de este ajuste se observa en los gráficos de la sección 3.3.1.

3.4 Archivos de Datos de Entrada

Los archivos de entrada de datos son manejados por la Interfase Hombre-Máquina. Los archivos utilizados por DEMGEN son:

DMGEN.DAT	Datos generales del estudio
DMREG.DAT	Relación y códigos de regiones
DMSEC.DAT	Relación y códigos de sectores de consumo.
DMSUBS.DAT	Relación y códigos de los subsistemas eléctricos.

DGGEN.DAT	Datos generales y opciones de proceso del submódulo DEMGEN.
DEMPROY.DAT	<p>Datos de demandas proyectadas por sectores de consumo y regiones: Potencias máximas y energías anuales.</p> <p>Los datos se dan para cada uno de los escenarios definidos para MODPIN, existiendo tres maneras para especificar las demandas:</p> <ol style="list-style-type: none">por series de valores de demandas proyectadas en MW y GWh (ó GW y TWh),por tasas de crecimiento anual.por factores de proporcionalidad respecto a la demanda del escenario de referencia.
DGPER.DAT	Datos de porcentajes de pérdidas en las redes de distribución y transmisión.
DCESTA1.DAT(*)	Coefficientes estacionales, para los consumos de energía y potencias totales por meses o períodos.
DMCURI.DAT(*)	Modelos de Curvas de Duración de Carga, en valores normalizados, por meses.
DEMESC.DAT(*)	Datos de las Curvas Duración de Carga por escalones.

DCEACDIR.DAT	Directorio de datos generales de los programas CEAC.
DCEACMOD.DAT	Modelos de curvas de carga de los programas CEAC. Opciones y coeficientes estacionales.
DCEACDIA.DAT	Modelos de curvas diarias de los programas CEAC.
DCEACDC.DAT	Modelos de Curvas de Ahorros Mensuales de los programas CEAC.
DPREGEN.DAT	Directorio y datos generales de los casos de predespacho.
DPREDIA.DAT	Modelos de curvas diarias de los casos de predespacho.
DPREDC.DAT	Modelos de las Curvas de Duración de Carga de los casos de predespacho.
DGEJEC.DAT	Opciones de ejecución del submódulo DEMGEN.
NOTA:(*)	Opcionales, cuando no se utilizan los archivos de interfase creados por DEMMOD.

3.5 Archivos de Interfase entre Submódulos MODDEM

DEMGEN recibe del submódulo DEMMOD los siguientes archivos de interfase interna relativos a los modelos de demanda:

DMODDIR.INT	Directorio de modelos de curvas de demanda.
-------------	---

DCESTAD.INT	Coefficientes estacionales para el día laborable medio de cada mes.
DCPOND.INT	Coefficientes de ponderación, por días tipo.
DCREDU.INT	Potencias reducidas horarias por días tipo.
DCESTAP.INT	Coefficientes estacionales, para los consumos de energías totales y potencias máximas por meses o semanas.
DEMCUR.INT	Modelos de Curvas de Duración de Carga, en valores normalizados, por meses.

A su vez DEMGEN genera el siguiente archivo de interfase interna que se transfiere al submódulo DEMCON:

DBENIF.INT	Ahorros de energía de punta y base, y ahorros de potencia en horas de punta, derivados de los programas CEAC.
------------	---

3.6 Archivos de Interfase para otros Módulos

DEMGEN genera los siguientes archivos:

COEFDEM.DAT	Coefficientes de Demanda de Energía. Módulo receptor: MODHID.
CDC.DAT	Curvas de duración de carga escalonadas. Módulos receptores: MODDHT y
MODEXP.	
ENVENDID.DAT	Energía anual vendida. Total sistema. Módulo receptor: MODFIN.

IMTSPTW.DAT	Curvas de Duración de Carga para Sistemas Predominantemente Térmicos. Representación por polinomio de quinto grado para el programa WASP. Módulo receptor: MODTER.
IMTSPTM.DAT	Curvas de Duración de Carga para Sistemas Predominantemente Térmicos. Representación por escalones Punta y Base. Módulo receptor: MODTER.
IMTSTPM.DAT	Curvas de Duración de Carga para Sistemas Térmicos Pequeños. Representación por escalones. Módulo receptor: MODTER.
CDC_ESC.DAT	Curvas de Duración de Carga por Escenarios de Mercado. Representación por escalones. Módulo receptor: MODPIN.

3.7 Reportes

3.7.1 Reportes Tabulados

DEMGEM proporciona los siguientes reportes tabulados:

- Demandas por período (mensuales o semanales) a nivel de generación: Potencia máxima y Energía.
- Demandas anuales por escenarios.
- Resumen de ahorros anuales de Potencia y Energía de los programas CEAC y predespacho.

3.7.2 Reportes Gráficos

DEMGEN genera los archivos para la elaboración de salidas gráficas mediante el Sistema de Interfase Hombre-Máquina:

- a. Demandas mensuales o semanales a nivel de generación: Potencia máxima y Energía por años.
- b. Curvas de Duración de Carga continua y por escalones (MW).
- c. Curvas de Ahorros Mensuales (curvas de reducción) de los programas CEAC y predespacho (MW).
- d. Curvas de carga diaria, día laborable tipo 1, antes y después del predespacho (MW).
- e. Demandas anuales (Potencia media) por escenarios (MW).

3.7.3 Reportes Intermedios de Verificación

Durante el procesamiento del submódulo, y por opción del usuario, es posible obtener los siguientes archivos intermedios:

PERDIDAS.SAL	Datos sobre porcentajes de pérdidas y factores de simultaneidad por subsistemas.
CEAC.SAL	Datos y parámetros de entrada de los programas CEAC y predespacho.
MODDIA.SAL	Resultados de los modelos de curvas diarias por programas.
POLI.SAL	Salidas detalladas de la subrutina de ajuste a polinomios de quinto grado.

CAPITULO IV

4. SUBMODULO DEMCON. EVALUACION DE PROGRAMAS DE CONSERVACION DE ENERGIA

4.1 Objetivo

El objetivo de este submódulo es efectuar la evaluación económica preliminar de los programas de Conservación de Energía y Administración de Carga (CEAC), desde el punto de vista de los beneficios y los costos incurridos por el sector eléctrico.

Los beneficios de estos programas se cuantifican en función a los ahorros en generación, transmisión y distribución de energía eléctrica, tanto en sus costos de producción, como en la reducción de la inversiones por equipamiento nuevo.

El modelo no calcula los efectos de los programas CEAC sobre otras fuentes energéticas, ni los costos y beneficios directos o indirectos para el usuario, o que afecten a otros sectores económicos. Tampoco se consideran las externalidades ni beneficios de tipo social o de medio ambiente, aunque provee la facilidad para incorporar estos como un dato externo.

4.2 Tareas

Las tareas que realizará este submódulo son:

- a. Con los datos de ahorros de potencia y energías de base y punta, calculados por el submódulo DEMGEN, y los costos marginales obtenidos de la interfase con los módulos térmico o hidrotérmico, calcula los beneficios económicos anuales de los programas CEAC, para todo el período de evaluación.
- b. Los costos de los programas: inversión inicial, gastos anuales de implantación y gastos de administración y

mantenimiento, son obtenidos de la base de datos correspondiente, suministrados a través de la Interfase Hombre-Máquina, con los cuales determina los flujos anuales de gastos totales.

- c. Los costos de implantación son convertidos en anualidades uniformes por usuario, considerando un período de amortización igual a la vida económicamente útil del equipamiento asociado al programa, con la tasa de descuento definida. En DEMCON se puede optar por especificar los costos totales de inversión por usuario, o directamente especificar las anualidades válidas para todo el período de evaluación. La segunda opción dá flexibilidad para que se incorporen los ajustes necesarios para compatibilizar algunos factores particulares de los programas CEAC, por ejemplo: si los programas de Administración de Carga se dan vía incentivos tarifarios, no será posible estimar costos iniciales por usuario, tal como ocurrirá con otro programa basado en instalación de equipos de desconexión automática de cargas.

Igualmente, entre los ajustes que debe efectuarse en la preparación de datos para el submódulo, están los correspondientes a la nivelación de anualidades para aquellos programas que tienen equipamientos o dispositivos auxiliares con diferente vida útil a la del equipo principal.

- d. DEMCON tiene la opción de incluir un rubro de "beneficios secundarios", que no son calculados directamente por el modelo. Estos valores, cuando tienen signo positivo son manejados como beneficios, en tanto que si tienen signo negativo son interpretados como gastos. Esta opción permite incluir los flujos de beneficios o gastos no directamente relacionados con el sector eléctrico, por ejemplo ahorros por mayor vida útil de equipos de mejor calidad (beneficios), ó mayor gastos por consumo de combustibles sustitutos (gastos).

- e. Los flujos de beneficios y costos pueden ser, por opción, afectados por una tasa de escalamiento anual de precios.
- f. Los flujos de beneficios y costos se calculan para cada programa y se obtiene un resumen para el conjunto de programas evaluados.
- g. Los indicadores económicos calculados son: Valor Presente Neto (VAN) y relación Beneficio/Costo (B/C) a la tasa de descuento definida por el usuario. La Tasa Interna de Retorno (TIR) y el período de repago se calculan sólo cuando se especifican las inversiones totales iniciales por usuario.
- h. Por interacción mediante la interfase Hombre-Máquina se pueden efectuar algunos análisis de sensibilidad modificando las tasas de descuento, o los costos de inversión inicial y gastos de implantación.

4.3 Metodología

La metodología de cálculo corresponde a los procedimientos normales de evaluación económica, que consisten en calcular los flujos anuales de egresos (costos) e ingresos (beneficios), y el flujo neto resultante, para un determinado período de evaluación.

En el modelo se consideran como costos:

- a. Los costos de inversión inicial, que comprende todos los gastos previos al inicio de implantación de los programas, expresados como un costo actualizados al año "cero".
- b. Los gastos anuales de implantación, que comprende las anualidades de la inversión a efectuar por incorporar a un nuevo usuario al programa. Desagregados en: gastos directos y gastos generales y administrativos.

- c. Los gastos anuales de administración y mantenimiento, incurridos por las empresas eléctricas, tales como: gastos de promoción, asistencia técnica, supervisión, etc.

Se consideran como beneficios todos los cambios en los flujos de caja anuales del sector eléctrico, derivados de la implantación del programa, respecto a la condición sin el programa. Estos son:

- a. Los ahorros en generación de energía, valorizados con los costos marginales de generación del sistema.
- b. Los ahorros o menores costos de desarrollo e incremento de la capacidad de generación y los menores costos de ampliación de las redes de transmisión y distribución, expresados por sus costos marginales de potencia.
- c. Los beneficios adicionales que pueden derivarse de los programas CEAC, que sean pertinentes para la evaluación, y que no sean calculados directamente por el modelo. Si en lugar de beneficios reales son gastos adicionales, se consideran dentro de este mismo rubro, con signo negativo. A partir de los flujos anuales de ingresos y egresos se calculan los indicadores económicos de VAN, B/C, TIR y período de repago.

Los valores actuales se calculan a la tasa de descuento especificada en los datos de entrada, y están referidos al año "cero", es decir al año previo al inicio de operación efectiva del programa. Todos los ingresos y egresos se consideran concentrados en mitad del año calendario.

El período de repago es el número de años de operación del proyecto, a partir del inicio de operación efectiva, para el cual resulta que los beneficios netos acumulados (beneficios menos gastos de operación y mantenimiento) igualan al monto de las inversiones iniciales de implantación, es decir, que se pagan los costos de inversión inicial de cada usuario del programa CEAC.

Para los análisis de sensibilidad se pueden modificar los factores de tasas de descuento y escalamiento de precios.

4.4 Archivos de Datos de Entrada

Los archivos utilizados por DEMGEN son:

DMGEN.DAT	Datos generales del estudio
DMREG.DAT	Relación y códigos de regiones
DMSEC.DAT	Relación y códigos de sectores de consumo.
DMSUBS.DAT	Relación y códigos de los subsistemas eléctricos.
DGGEN.DAT	Datos generales y opciones de proceso del submódulo DEMGEN.
DCOGEN.DAT	Datos generales y control de proceso del DEMCON.
DCEACMP.DAT	Costos marginales de potencia: generación, transmisión y distribución
DCEACFLU.DAT	Costos y beneficios anuales de los programas CEAC.
DGPER.DAT	Datos de pérdidas en los sistemas de transmisión y distribución.

4.5 Archivos de Interfase entre Submódulos MODDEM.

DEMGEN recibe del submódulo DEMGEN el siguiente archivo:

DBENIF.INT Ahorros de energía de punta y base, y ahorros de potencia en horas de punta derivados de los programas CEAC.

4.6 Archivos de Interfase entre Módulos

DMARG.DAT contiene la información de los costos marginales de energía de punta y base, por períodos mensuales o semanales, para todo el período de evaluación. Generado por los módulos de despacho MODTER o MODDHT.

4.7 Salidas y Reportes

Tabulados

Para cada programa CEAC se proporciona un resumen de los datos de entrada, parámetros de evaluación y el flujo de caja económico para el total de años de evaluación. En este cuadro figura también los indicadores económicos de VAN, B/C, TIR y Período de repago.

Igualmente se provee un cuadro resumen de todos los programas CEAC.

Gráficos

A través del Sistema de Interfase Hombre-Máquina se obtiene el siguiente gráfico:

Costos por KW ó KWh de los programas CEAC, en función a los ahorros totales (MWh) para el año final del período de planificación.

CAPITULO V

5. REFERENCIAS

- a. Estudio sobre el Desarrollo de un Programa de Administración de Carga y Conservación de Energía en el Sistema de Electrolima. Electrolima. Lima. Perú. 1986.
- b. Nueva Tarifa de Energía Eléctrica. Comisión de Tarifas Eléctricas. Lima. Perú. 1989
- c. Short, Medium and Long Term Load Forecasting Models. Electricité de France, CC - A.Ferrandiz, M.Penel, Y.Pioger. Paris 1975.
- d. Analysis of Investment in Electric Power. H.D. Jacoby, Harvard University. 1967.
- e. Description of the Computer Programs to Prepare the Load Duration Curva Input Data as Required by the WASP Code (DURAT, POLIN, COMBIN). P.Molina. I.A.E.E.
- f. Interfase Hombre-Máquina, Módulo de Demanda y Conservación MODDEM.
- g. Archivos de Interfase entre Módulos SUPER/OLADE-BID.
- h. Costa Rica: Power Sector Efficiency Assessment. RCG/Hagler, Bailly, Inc. Feb.1991.
- i. ECO The Energy Conservation Model. Tellus Institute. 1991.